



Interações no processo de resolução de problemas matemáticos

Neiva Ignês **Grando**
Universidade de Passo Fundo
Brasil

neiva@upf.br

Magda Cristina **Hübner**
Colégio São José – Erechim
Brasil

magda@digitalcards.com.br

Resumo

O estudo objetivou analisar o potencial das interações em situações reais de sala de aula com resolução de problemas matemáticos. A pesquisa é de abordagem qualitativa, aliada ao procedimento de autoscopia, cujo material de estudo são gravações de vídeo e áudio e produção escrita de estudantes de 6ª série do ensino fundamental de uma escola da rede privada de ensino. As informações coletadas foram organizadas em episódios estruturados em sequências de diálogo. As análises evidenciam que, quando as atividades propostas de resolução de problemas despertam nos estudantes características de um “verdadeiro” problema matemático, favorecem o aprendizado.

Palavras-chave: ensino fundamental, resolução de problemas, interações, aprendizagem, desenvolvimento.

Introdução

A urgência de os educadores matemáticos refletirem sobre sua prática justifica a importância desta pesquisa, que se organiza norteada pela seguinte questão: *Qual é o papel das interações no processo de resolução de problemas matemáticos?* Partindo dessa problemática de investigação, analisa-se o processo de resolução de problemas matemáticos na modalidade de interações ocorridas durante a prática pedagógica.

A pesquisa foi desenvolvida numa turma de 6ª série do ensino fundamental de uma escola da rede particular de ensino de Erechim-RS. Foram realizadas gravações em vídeo e áudio das aulas de matemática, cujas transcrições serviram de material para a análise, assim como a produção escrita dos estudantes durante as atividades de resolução dos problemas. Utilizaram-se

como referencial para as análises conhecimentos específicos sobre os problemas matemáticos e seu processo de resolução, aspectos essenciais da teoria histórico-cultural e contribuições de pesquisas relacionadas às interações e à resolução de problemas.

Para viabilizar esta proposta, a pesquisa foi realizada seguindo a abordagem qualitativa, por se compreender que contempla melhor a variedade de sentidos presentes no meio escolar e as narrativas docentes, já que “aprofunda-se no mundo dos significados das ações e relações humanas, um lado não perceptível e não captável em equações, médias e estatísticas” (Minayo, 2004, p. 22). Considerando os diversos tipos de abordagens qualitativas, o presente trabalho está centrado numa pesquisa de cunho bibliográfico, aliada ao procedimento de pesquisa chamado “autoscopia”, que “consiste em realizar uma vídeo-gravação do sujeito, individualmente ou em grupo e, posteriormente, submetê-lo à observação do conteúdo filmado para que exprima comentários sobre ele” (Sadalla, 1997, p. 33). Assim, o professor vai tecendo comentários num processo de reflexão sobre sua prática. Para este trabalho foi selecionado um dos problemas aplicados aos estudantes, que compõe um episódio com uma sequência.

Problemas matemáticos

Na concepção de Pozo (1998), “um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução” (p. 16). Tratando-se dos problemas apresentados nos livros didáticos, Diniz (2001) esclarece que a maioria concentra-se em exemplos classificados como problemas tradicionais, que “são, na verdade, simples exercícios de aplicação ou de fixação de técnicas ou regras” (p. 99). Segundo a autora, esses problemas tradicionais, também denominados de “problemas convencionais”, quando trabalhados de forma exclusiva na sala de aula, geram nos estudantes atitudes inadequadas diante do que significa aprender e pensar em matemática.

A heurística de Polya (1995) organiza o processo de resolução de problema em quatro etapas, sendo que a primeira, compreensão do problema, define a necessidade de entender e fazer questionamentos sobre a incógnita, os dados e as condições do problema. A segunda etapa caracteriza-se pelo estabelecimento de um plano, que enfoca a construção de uma estratégia de resolução, encontrando-se conexões entre os dados e a incógnita. A terceira etapa é a execução do plano, momento em que se prioriza a execução das estratégias escolhidas. A retrospectiva, como quarta e última etapa objetiva examinar a solução obtida, verificando o resultado encontrado a partir do processo desenvolvido.

As múltiplas possibilidades e estratégias de solução de um problema matemático, agregadas à subjetividade de cada resolvidor, retratam a interpretação hermenêutica de cada estudante. É exatamente essa interpretação que favorece as conexões entre os saberes matemáticos e auxilia no desenvolvimento das competências matemáticas, promovendo a efetiva aprendizagem.

Procurando idades

Inicialmente a professora destacou a importância de os estudantes discutirem no grupo as diferentes possibilidades de solução para os problemas matemáticos e informou-os de que, após o trabalho em grupo, haveria um segundo momento, no qual cada pequeno grupo apresentaria ao grande grupo o que pensara e produzira para solucionar os problemas. Destacou que o objetivo da atividade era, com o trabalho em grupo, incentivar o debate, as trocas de informações e estratégias para solucionar o problema, para que os estudantes pudessem auxiliar uns aos outros

e solicitar ajuda quando fosse preciso, além de fixar conteúdos recentemente aprendidos. Os estudantes já haviam visto o conceito de equação e já realizavam exercícios de fixação envolvendo cálculos sobre equação de 1º grau – equações com uma incógnita, como também já haviam resolvido alguns problemas de abordagem inicial, num nível de dificuldade simples.

Cada estudante recebeu uma folha de ofício com seis problemas, retirados do livro didático de Matemática de Silveira e Marques (2008). Para este estudo selecionou-se um deles, que deu origem ao episódio em análise:

A idade do pai é o triplo da idade de seu filho. Qual é a idade de cada um, sabendo que juntos eles têm 60 anos?

O problema envolve o conteúdo de equação de 1º grau com uma incógnita, contemplando aspectos já trabalhados em aula, favorecendo a fixação do conteúdo recentemente desenvolvido, sendo, por isso denominado nesta pesquisa de “problema curricular”. Segundo Medeiros (2001), é classificado como um problema fechado, por se apresentar no final do conteúdo, para fixar os assuntos que acabaram de ser estudados. Dessa forma, este tipo de problema adquire aspecto de exercício, como esclarece Pozo (1998), pois os estudantes geralmente utilizam-se de mecanismos que levam à solução de forma imediata.

Observa-se, na sequência a seguir, que, mesmo sendo classificado, segundo os autores, como “problema fechado”, com características de exercício de fixação, a interação entre os três estudantes foi importante para o processo de elaboração e organização de idéias para a solução do problema. A resposta não foi encontrada de forma imediata, foi no momento das discussões e elaborações de hipóteses, nas interações ocorridas entre eles, que eles chegaram à forma de resolução do problema. Neste episódio destacou-se uma sequência por sua importância no objeto de pesquisa:

1. Profª: Vamos lá, turma, discutir as ideias no grupo.
2. Estudantes: (O grupo lê mais de uma vez o problema).
3. Gabriel: (lê novamente devagar, raciocinando junto) Oh, é bem fácil, é trinta (leem parte do problema), mas olha só $20 + 20 + 20$, vai dá 60.
4. João: Calma, concentração, então o pai tem 40? 20 vezes 3, dá quanto? 60.
5. Lucas: Lê de novo.
6. Gabriel: Ah, faz uma equação.
7. Estudantes: Verdade! Faz, faz uma equação.
8. Lucas: Oh, o triplo da idade de seu filho é $3x$.
9. Estudantes: É! 20. Então é a idade do pai, é 20!
10. Lucas: Não, ... não, é do filho, que é 15.
11. Gabriel: Não, o filho tem 15, e ... não, pera aí, ..., não é o filho, não é, vocês boiam.
12. Lucas: Olha, cara! Vamo lá. A idade do pai é igual ao triplo, então é três x ... mais x.
13. Estudantes: Ah! É, ... tá certo. O Lucas tá mais esperto.
14. Lucas: Então é 60 dividido por 4, igual a ?
15. Gabriel: Ah! Eu falei que era 15.
16. João: Não, eu falei que era 15! Aaaaaaaa....
17. Gabriel: O filho tem 15 e o pai 25.
18. Lucas: Não, o pai é 45.
19. Gabriel: Ah é! É!
20. Estudantes: (Os estudantes desenvolveram no caderno a equação e conversando apresentaram a resposta). Então, o filho tem 15 anos e o pai 45 anos.

$$3x + x = 60$$

$$4x = 60$$

$$x = 60 \div 4$$

$$x = 15$$

Então: o filho $x = 15$ e o pai, o triplo, $3x = 3 \times 15 = 45$

Resposta: O filho tem 15 anos e o pai tem 45 anos.

Com relação aos aspectos importantes à compreensão do problema, observa-se que os estudantes não a obtiveram imediatamente, pois fica evidente no início do diálogo a dificuldade de entenderem e identificarem a estrutura do problema. Depois de algumas elaborações, eles iniciaram a tradução do problema reescrevendo-o da linguagem corrente para a linguagem simbólica. Conforme se observa nos turnos 2, 3 e 5, os estudantes tiveram necessidade de ler mais de uma vez o problema; então, lendo e relendo o enunciado, foram abstraindo dados relevantes e organizando suas análises para encontrar a solução. A respeito, Stancanelli (2001) destaca que “é necessário voltar muitas vezes ao texto a fim de lidar com os dados e analisá-los, selecionando os que são relevantes e descartando aqueles supérfluos” (p. 107). Verificou-se que a cada nova leitura os estudantes identificavam aspectos importantes e, com base nesses, iam entendendo o enunciado e equacionando a situação. Essa articulação, como destaca a autora, é potencializadora na organização de estratégias de solução.

No momento em que a estrutura do problema foi compreendida efetivamente, os estudantes definiram a equação (turno 12) e, na sequência, utilizaram conhecimentos já adquiridos sobre equação de 1º grau e encontraram a solução. Percebe-se que as estratégias elaboradas como um plano de ação para a resolução do problema foram surgindo, seguindo as contribuições indicadas pelos membros do grupo.

No diálogo transparece a autonomia do estudante Lucas, que, independentemente das contribuições dos colegas, vai desenvolvendo seu raciocínio e verbalizando ideias, provocando em seus colegas novas elaborações. É perceptível a importante participação do estudante nos turnos 8, 10, 12, 14 e 18, cujas contribuições auxiliaram significativamente os colegas de grupo nesse processo. Acompanhando o raciocínio de Lucas, procuraram desenvolvê-lo em seu caderno, tornando-se, visível a influência do colega em suas elaborações. Essa situação promoveu uma importante mudança nas estratégias de resolução do problema pelos estudantes do grupo, que se apropriaram do processo operatório realizado por Lucas. Por meio das trocas, os membros do grupo, inicialmente, observaram o colega que demonstrava ser mais experiente e, gradativamente, foram resolvendo sozinhos o problema. Segundo Vigotski (1998), esse processo se caracteriza pela “reconstrução interna de uma operação externa” (p. 74), o que chama de “internalização”.

Percebe-se também que as intervenções de Lucas assumiram naturalmente uma posição de destaque no processo interativo. Tudge esclarece que “a interação com um parceiro mais competente tem-se mostrado eficiente na indução do desenvolvimento cognitivo”. Sublinhando essa concepção, o autor também apresenta a contribuição de Vigotski (1996), que em relação às interações entre pares afirma que “trabalhar com um parceiro mais competente pode promover o desenvolvimento da criança menos competente” (p. 154). Em relação às abordagens destacadas por Tudge, compreende-se que, trabalhando no processo de resolução de um problema em parceria com colegas mais “competentes”, pode-se desenvolver melhor o aprendizado, situação perceptível no episódio descrito e protagonizado pelo estudante Lucas com os demais colegas do grupo.

Verifica-se que, mesmo já tendo estudado o conteúdo de equação de 1º grau, os estudantes não identificaram recursos imediatos para a solução, como se observa na busca realizada por eles por alternativas corretas para organizar um plano de ação. Exemplificando, no turno 4, a hipótese para a idade do pai era de 40 anos, ao passo que no turno 9 já era de 20 anos e, no turno 16, de 25 anos. Diniz (2001) destaca que “é considerar como problema toda situação que permite alguma problematização. Essas situações podem ser atividades planejadas, jogos, busca e seleção de informações, resolução de problemas não-convencionais e mesmo convencionais¹, desde que permitam o processo investigativo” (p. 90). Assim, observa-se que, mesmo que o problema se caracterize como convencional, pode suscitar investigação, questionamento, problematização, assumindo algumas características de “verdadeiro problema”, conforme as elaborações que se constroem; assim, pode promover nos estudantes uma ampliação dos significados dos conceitos matemáticos.

Para realização dessa atividade foi organizado um ambiente diferente daquele de sala de aula. Em grupos, nas mesas redondas do Laboratório de Matemática, motivados, os estudantes puderam realizar as tarefas de forma colaborativa. Assim, “a motivação, nesse caso, o desejo de conseguir soluções em conjunto ou em grupo para os problemas, é vista como altamente relevante” (Tudge, 1996, p. 164). O autor também mostra que “estudos sobre grupos de aprendizagem cooperativa concluíram que as crianças agrupadas tiveram um aproveitamento significativamente melhor do que as crianças que realizaram estudos individuais” (p. 164).

Baseando-se nessas considerações, entende-se que o processo de resolução do problema matemático que gerou o episódio em análise proporcionou aprendizagem através das interações entre os estudantes.

Considerações finais

Considerando o desenvolvimento desta pesquisa e a análise realizada, apresentam-se algumas reflexões possíveis dentre o amplo universo de possibilidades de compreensão.

O estudo teve por objetivo principal analisar o papel das interações ocorridas em situações reais da sala de aula, tendo o processo de resolução de problemas matemáticos como potencializador da aprendizagem e do desenvolvimento dos estudantes.

No processo de pesquisa, evidenciou-se a importância de o educador matemático ter conhecimento das peculiaridades do processo de resolução de problemas para poder proporcionar atividades no cotidiano escolar que promovam a apropriação de novos significados e o desenvolvimento do pensamento.

Portanto, considera-se desejável que o professor se dedique ao estudo de resolução de problemas em razão de sua importância para o ensino de matemática, o que se confirma por já ter se tornado foco de pesquisa de diferentes educadores, constituindo-se como uma das tendências da Educação Matemática.

Na análise realizada, observou-se que a compreensão da estrutura do problema, identificando o que é solicitado, assim como os seus dados e variáveis, viabilizou aos estudantes, além da esquematização do problema, o estabelecimento de hipóteses de solução. Na construção de estratégias de resolução estabeleceram-se conexões entre os dados e as variáveis do problema, momento em que houve aproximação da linguagem corrente com a linguagem matemática, promovendo a escrita de sentenças matemáticas, a formulação de equações e algoritmos e

¹ Problemas apresentados depois do desenvolvimento de um conteúdo específico. (Diniz, 2001, p. 99).

possibilitando, assim, a construção de conceitos científicos. Essa construção, segundo Vigotski (2000), “favorece enormemente o desenvolvimento das funções psicológicas superiores” (p. 131), permitindo ao sujeito fazer generalizações e, assim, ascender para níveis mais elevados de aprendizagem e desenvolvimento.

Considera-se também como aspecto relevante deste estudo a participação efetiva do educador nas interações. As intervenções da professora proporcionaram importantes momentos de diálogo entre e com os estudantes, visto que, por meio de questionamentos, desafiou-os a trilharem novos caminhos para encontrar as soluções aos problemas e, inclusive, para a (re)elaboração dos significados de conceitos já adquiridos, avançando nos conhecimentos matemáticos rumo à apropriação de novos conceitos científicos.

As interações ocorridas entre pares no processo de resolução dos problemas, auxiliaram significativamente os estudantes no processo de internalização dos conceitos matemáticos. De fato, eles participaram de um processo dialógico em pequenos e/ou grande grupos, mediados pela liderança e argumentação de colegas, discutindo as diversas estratégias de solução, o que se configura como um processo de aprendizagem interpessoal-intrapessoal. Percebeu-se nessa situação que para haver aprendizagem são importantes as contribuições no âmbito social, que favorecem o entendimento individual. A socialização de ideias, argumentos, procedimentos, estratégias e conceitos matemáticos entre os sujeitos possibilitou um efetivo aprendizado, pois durante a interação social alguns estudantes atuaram como líderes e, desenhando e argumentando com clareza sua hipótese, tornaram-se porta-vozes da turma, potencializando o aprendizado seu e dos seus colegas. Apoiando-se numa perspectiva vigotskiana, os estudantes intervieram convenientemente na zona de desenvolvimento proximal de seus colegas, construindo novas e mais avançadas elaborações.

Referências bibliográficas

- Diniz, M. I. (2001). Resolução de problemas e comunicação. In: Smole, K. S., & Diniz, M. I. (2001). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed. 87-98.
- Diniz, M. I. (2001). Os problemas convencionais nos livros didáticos. In: Smole, K. S., & Diniz, M. I. (2001). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed. 99-102.
- Minayo, M. C. de S. (2004). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. 23. ed. Rio de Janeiro: Vozes.
- Polya, G. (1995). *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência.
- Pozo, J. I. (1998). *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: Artmed.
- Sadalla, A. M. F. A. (1997). *Com a palavra, a professora: suas crenças, suas ações*. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.
- Stancanelli, R. (2001). Conhecendo diferentes tipos de problemas. In: Smole, K. S., & Diniz, M. I. (2001). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed. 103-120.
- Silveira, Ê., & Marques, C. (2008). *Matemática: compreensão e prática*. São Paulo: Moderna.

- Tudge, J. (1996). Vygotsky, a zona de desenvolvimento proximal e a colaboração entre pares: implicações para a prática em sala de aula. In: Moll, L. C. *Vygotsky e a educação: implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica*. Porto Alegre: Artes Médicas. 151-168.
- Vigotski, L. S. (1998). *A formação social mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes.
- Vigotski, L. S. (2000). *A construção do pensamento e da linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.