

Estimación de la habilidad algebraica de estudiantes universitarios de primer semestre de ciencias e ingeniería

Gabriel Yáñez Canal
Universidad Industrial de Santander
Colombia
gyanez@uis.edu.co

Orlando Esparza Albarracín
Universidad Industrial de Santander
Colombia
orlandoyesid_8@hotmail.com

Adriana Barajas Figueredo
Universidad Industrial de Santander
Colombia
adribafi@hotmail.com

Resumen

Se presentan en este trabajo los resultados de la aplicación de un test algebraico a 319 estudiantes recién ingresados a carreras de ingeniería y ciencias de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia, con el ánimo de medir su habilidad algebraica. Las respuestas de los estudiantes se analizaron a la luz del modelo Rasch que permitió, además de respaldar la validez del test utilizado, medir la habilidad algebraica de los estudiantes y la dificultad de los ítems. Los resultados evidencian los vacíos algebraicos que tienen los estudiantes que ingresan a estudios superiores de ingeniería y ciencias en nuestro medio, destacándose deficiencias en la simplificación de fracciones algebraicas, en la propiedad distributiva del producto respecto a la suma y en el planteamiento de ecuaciones.

Palabras clave: Rasch, matemática, habilidad, álgebra.

Presentación

La habilidad algebraica matemática que poseen las personas, como cualquier otra variable latente, no se puede medir directamente, sino que debe hacerse a través de un proceso indirecto a través del cual el individuo que se quiere evaluar manifiesta la cantidad de la “habilidad” que posee. En general, el procedimiento de medición consiste en elaborar un cuestionario con una serie de ítems que las personas deben responder para luego interpretar y cuantificar sus respuestas en pro de obtener una *medida* de sus habilidades.

En las matemáticas universitarias el razonamiento algebraico es un requisito primordial para la comprensión de asignaturas del ciclo básico y un factor imprescindible para un buen desempeño académico. Conocer el nivel de habilidad algebraica de los estudiantes permite fortalecer el proceso académico de los mismos, ya que los profesores de los primeros cursos (álgebra lineal y cálculo), podrán planear sus actividades con un mejor conocimiento de este

nivel en sus estudiantes, lo que les permitirá fortalecer su razonamiento algebraico y, por ende, facilitar su comprensión del pensamiento matemático superior.

Interesados en el razonamiento algebraico de los estudiantes universitarios realizamos una investigación que nos permitiera responder a la siguiente pregunta: *¿Cuál es el nivel de habilidad algebraica de los estudiantes que ingresan a programas de Ingeniería o Ciencias Naturales en la Universidad Industrial de Santander?*

Para responder esta pregunta, elaboramos un cuestionario que se aplicó a los estudiantes de primer semestre de ingeniería o ciencias en la Universidad Industrial de Santander (UIS) en Bucaramanga, Colombia. Las respuestas de los estudiantes se analizaron utilizando el modelo Rasch que permitió, además de medir la habilidad algebraica de los estudiantes, medir la dificultad de los ítems implementados.

A continuación presentamos una breve descripción del modelo Rasch, resaltando algunas de sus propiedades básicas, para luego describir la metodología utilizada en la investigación, en particular la que se refiere a la forma como se diseñó el cuestionario que finalmente se aplicó a los estudiantes. Finalmente, exponemos el análisis de los resultados, las conclusiones y las referencias citadas en el texto.

El modelo Rasch

El modelo Rasch, en el caso dicotómico de respuesta correcta o incorrecta, describe la probabilidad de obtener una respuesta correcta a un ítem en términos de la diferencia entre la habilidad de la persona: θ y la dificultad del ítem: β mediante la siguiente expresión:

$$\ln\left(\frac{P_{ni}}{1 - P_{ni}}\right) = \theta_n - \beta_i \quad (1)$$

Más exactamente, el modelo (1) explica el logaritmo de la razón de discrepancia (cociente entre la probabilidad de la persona n de responder correctamente el ítem i y la probabilidad de no hacerlo) u odds ratio en inglés, en términos de la diferencia entre la habilidad θ_n de la persona y la dificultad β_i del ítem. La unidad de medida de las dificultades de los ítems y las habilidades de las personas es el lógito que corresponde al logaritmo natural de la relación entre la probabilidad de acierto y la de error.

La expresión (1), que caracteriza el modelo Rasch, es el producto de variadas combinaciones de condiciones debidamente articuladas. Estas condiciones no son otra cosa que hipótesis o asunciones previamente establecidas y que responden al interés de que las medidas de las variables latentes satisfagan ciertas propiedades. Para el caso, propiedades como la invarianza de la medida, en el sentido de que la característica que se mide en un sujeto debe ser indiferente al conjunto de ítems que se utilicen para hacerlo, así como la medida de la dificultad de los ítems también es indiferente de las personas que los responden; como la unidimensionalidad, en el sentido de que solamente se pretende medir una variable, u otras más técnicas, como exigir que la habilidad de las personas se pueda estimar exclusivamente con base en el puntaje total obtenido como conteo de los ítems bien respondidos (estadístico suficiente), están representadas en la expresión (1). La derivación matemática detallada con base en los diferentes tipos de asunciones posibles se puede consultar en Fischer y Molenaar (1995).

Algunas de las ventajas más relevantes del modelo de Rasch son: medición conjunta, objetividad específica o invarianza, propiedades de intervalo y especificidad del error típico de medida que describimos brevemente a continuación.

Medición conjunta. Implica que los parámetros de las personas y de los ítems se expresan en las mismas unidades y se localizan en el mismo continuo. Además, esta característica permite analizar las interacciones entre las personas y los ítems.

Objetividad específica o invarianza. Una medida puede ser considerada válida y generalizable si no depende de las condiciones específicas con que ha sido obtenida. Es decir, la diferencia entre la habilidad de dos personas en un atributo no debe depender de los ítems específicos con los que sea estimada. Igualmente, la diferencia entre los parámetros de dos ítems no debe depender de las personas específicas que se utilicen para cuantificarlos. En consecuencia, si los datos se ajustan al modelo, las comparaciones entre personas serán independientes de los ítems administrados y las estimaciones de los parámetros de los ítems no estarán influenciadas por la personas.

Propiedades de intervalo. La interpretación de las diferencias en la escala es la misma a lo largo del atributo medido. Es decir, la diferencia de medidas entre dos individuos (o dos ítems) tiene el mismo significado sin importar la magnitud de las medidas. Esta propiedad es consecuencia de (1) donde se observa que a diferencias iguales entre la habilidad de sujeto y la dificultad de ítem les corresponde probabilidades idénticas de obtener respuesta correcta.

Especificidad del error típico de medida. El proceso de estimación de los parámetros de la expresión (1) trae como resultado, además de una estimación puntual de los parámetros de habilidad de los individuos y dificultad de los ítems, el error de estimación propio de cada parámetro. Esto se traduce en que si los ítems son fáciles, la estimación de los parámetros de los sujetos de bajo nivel se hará con mayor precisión. De igual forma, si los sujetos son de alto nivel, se estimarán con mayor precisión los parámetros de los ítems difíciles.

Las ventajas del modelo de Rasch sólo pueden ser obtenidas si los datos empíricos se ajustan al modelo. De acuerdo con la ecuación (1), la probabilidad de respuesta a un ítem depende sólo de los niveles de la persona y el ítem en el atributo medido. Las diferentes medidas de ajuste están basadas en las diferencias entre las respuestas dadas y las predicciones dadas para ellas a partir del modelo. El análisis del ajuste pretende dar cuenta de la presencia de respuestas aberrantes bien porque personas poco competentes resuelvan correctamente ítems difíciles, o personas muy competentes no resuelvan ítems fáciles. Ahora bien, estos desajustes también pueden ser el producto de varios factores adicionales al particular mundo del conocimiento, tales como la deficiente estructura del ítem que exige más habilidades de la que se pretende evaluar, y de otros relacionados con la elaboración y la aplicación de los cuestionarios tales como los errores de presentación o redacción de los ítems, la falta de tiempo suficiente para responderlos ó la falta de compromiso de las personas entrevistadas, aspectos todos ellos que solo encuentran solución fuera del modelo (Prieto y Delgado, 2003).

Diseño y Metodología

Para cuantificar la habilidad algebraica de los estudiantes admitidos en el segundo semestre de 2009 a carreras de ingeniería y ciencias naturales en la UIS diseñamos un test que constó de dos instancias: una prueba piloto y un test final.

La prueba piloto se realizó en varias etapas y con los siguientes propósitos:

1. Encontrar los errores más comunes de los estudiantes de educación básica al resolver problemas de tipo algebraico.
2. Evaluar la redacción de los ítems y validar la presencia de única respuesta correcta entre las opciones múltiples.
3. Obtener una idea a priori sobre la dificultad de los ítems.
4. Estimar el tiempo requerido para la presentación del test final.

Para identificar los errores algebraicos más comunes contamos con la colaboración de 50 estudiantes de un colegio de Bucaramanga, Colombia, a quienes se les aplicaron diferentes pruebas, cada una con 5 ítems de carácter algebraico. Las preguntas eran abiertas y el tiempo para la presentación de cada prueba fue de 45 minutos.

Después de analizar los procedimientos realizados por los estudiantes en esta prueba, encontramos algunos errores en cuanto a procedimientos algebraicos. Éstos fueron implementados en la prueba final como justificación de las respuestas erróneas que se colocaron en las opciones de respuesta de cada ítem.

Para el segundo y tercer propósito participaron 32 estudiantes de séptimo semestre de la carrera de la Licenciatura en Matemáticas de la UIS a los que se les aplicó un test de 25 ítems con opciones de respuesta múltiple. El tiempo para la presentación de la prueba fue de 30 minutos.

Para lograr el último propósito se les aplicó un test de 25 ítems con opciones de respuesta múltiples a 40 estudiantes de Ingeniería de Sistemas de primer nivel del segundo semestre de 2009 de la UIS. El tiempo para la presentación de la prueba fue de una hora.

En consecuencia, y con base en los resultados obtenidos, decidimos suprimir algunos de los ítems iniciales ya que tuvieron un alto grado de dificultad para los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas. También se estableció que el tiempo necesario para contestar la prueba compuesta por 23 ítems era de una hora.

La segunda instancia consistió en la elaboración y aplicación del test final a 319 estudiantes activos de la UIS del segundo semestre académico de 2009 pertenecientes a carreras de Ciencias, Ingenierías y Licenciatura en Matemáticas escogidos aleatoriamente de los grupos existentes de Cálculo I.

El test quedó compuesto por 23 ejercicios de álgebra elemental de alta, media y baja complejidad, con terminología y dificultad similar a la impartida en las pruebas SABER¹ e ICFES². De la prueba SABER 2003 - Matemáticas Grado 9° se seleccionaron 4 ítems y de la prueba SABER 2005- Matemáticas Grado 9° se seleccionó 1 ítem, los demás ítems fueron creados por los autores.

¹Prueba nacional que se realiza en Colombia para conocer el desarrollo de competencias de los estudiantes de educación básica y media. <http://www.icfes.gov.co>

² Prueba realizada por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación a estudiantes de último grado de educación básica y que es adoptada por muchas universidades como su examen de ingreso. <http://www.icfes.gov.co>

Los contenidos de los ítems se establecieron con base en cinco categorías: manejo de expresiones algebraicas, planteamiento de ecuaciones, resolución de ecuaciones, sustitución de variables, propiedades de expresiones algebraicas y factorización. Los objetivos que se pretendían con cada categoría son los siguientes:

- **Operaciones con expresiones algebraicas (OEA):** Evaluar si el estudiante efectuaba correctamente las operaciones básicas con expresiones algebraicas asociadas a situaciones problemas.
- **Planteamiento de ecuaciones (PEA):** Evaluar si el estudiante interpretaba adecuadamente situaciones problema planteando las ecuaciones necesarias para solucionarlo.
- **Resolución de ecuaciones (REC):** Evaluar si el estudiante resolvía ecuaciones algebraicas con una o dos incógnitas construidas a partir de situaciones problema.
- **Sustitución de variables (SUT):** Evaluar si el estudiante comprendía el significado de la variable independiente en una relación funcional y si sabía realizar las operaciones que le permitieran obtener el valor de la variable dependiente.
- **Simplificación de Expresiones Algebraicas y su Factorización (SIM y FAC):** Evaluar si el estudiante simplifica fracciones algebraicas, aplicando propiedades de radicación, y si factoriza expresiones algebraicas sencillas.

Cada pregunta presentaba cuatro opciones de respuesta: la respuesta correcta, dos respuestas incorrectas justificadas en los errores más comunes de los estudiantes de educación básica y una respuesta incorrecta injustificada con el fin de identificar las personas que contestaran al azar.

El contenido completo del test se presenta en el Anexo después de las referencias.

Resultados

Los datos manifestaron un buen ajuste al modelo. Por un lado las medias de los valores del Infit y Outfit son las que se esperan cuando no hay diferencias significativas entre las predicciones del modelo y los datos reales, por otra parte, ninguno de los ítems y tan solo el 9% de los estudiantes presentaron un Infit superior a 1.3, además, un sólo ítem presentó un Outfit superior a 1.3, y únicamente el 18% de los estudiantes presentaron Outfit superiores a 1.3. Los resultados globales fueron los siguientes: El Infit de los ítems tuvo media=1,00 y desviación típica= 0,07; el de los estudiantes media=1,00 y desviación típica= 0,21. El Outfit de los ítems tuvo media=1,01 y desviación típica= 0,14, el de los estudiantes media=1,01 y desviación típica= 0,32.

La confiabilidad para los estudiantes fue de 0.61 y el índice de dispersión o separación de 1.26; para los ítems, la confiabilidad fue de 0.98 y el índice de separación de 7.84. Con estos resultados se puede inferir la buena calidad en las estimaciones de las dificultades de los ítems que permiten apreciar las diferencias en sus niveles de dificultad. De otro lado, si bien la confiabilidad de los estudiantes no es la ideal y en consecuencia, no se logran separar claramente sus diferentes habilidades, no se puede esperar mucho más cuando, como en este caso, los ítems utilizados son pocos con relación al número de estudiantes.

Los ítems donde más se detectaron errores fueron aquellos donde se debían simplificar fracciones algebraicas, dado que los estudiantes cancelaban términos en fracciones algebraicas cuando estos términos no se encontraban multiplicando, este error lo cometió el 70% de los estudiantes que presentaron el test; en la aplicación de la propiedad distributiva, el 56% de los

estudiantes examinados aplicó incorrectamente esta propiedad, y en el planteamiento de ecuaciones, el 52% de los examinados plantearon ecuaciones que no respondían a las relaciones propuestas entre los datos del problema.

Como ya se mencionó, la medición conjunta permite representar los parámetros de las personas y de los ítems en una misma escala. El mapa de la Figura 1, proporciona la interacción que existe entre los ítems y los estudiantes. A la izquierda de la línea punteada se muestra la distribución de los estudiantes que tomaron la prueba, y a la derecha se muestra la distribución de los ítems implementados en el test. El punto 0 en la escala representa la dificultad promedio de los ítems, muy cerca del promedio de las habilidades de los estudiantes, aspecto que pone de relieve la pertinencia de los ítems del test como medidores de la habilidad algebraica de los estudiantes. El rendimiento de los estudiantes, a quienes se les aplicó el test, se puede considerar como aceptable, puesto que la mayor parte de los alumnos tienen habilidades alrededor de 0 (la dificultad promedio de los ítems). Este dato en términos de probabilidad significa que la mayoría de los estudiantes tiene una probabilidad cercana a 0.5 de resolver correctamente la mitad de los ítems del test.

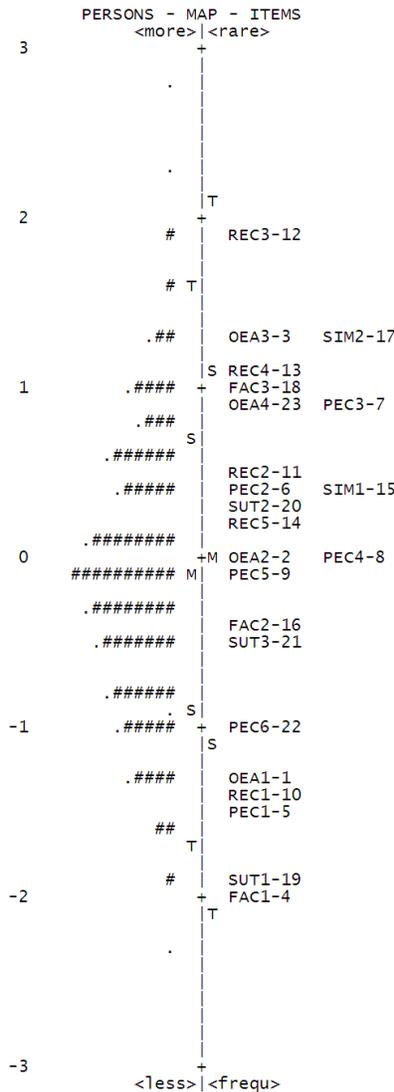


Figura 1. Mapa de los ítems. Tomado de Winsteps.

De otro lado, el rango de dificultad de los ítems está entre -2.00 a 2.78 lógitos, con media 0 y desviación estándar 1.07 , evidenciando tanto la existencia de ítems relativamente fáciles y otros de alto nivel de complejidad. Como se observa en el mapa de la Figura 1, los ítems de mayor dificultad, que están ubicados en la parte superior-derecha del mapa, requerían realizar operaciones con fracciones. El ítem de mayor dificultad del test, que aparece en la cima del mapa algo alejado de los demás ítems, hace referencia a una ecuación con coeficientes racionales y con valor absoluto (ítem12). Los ítems de menor dificultad, que están ubicados en la parte inferior-derecha del mapa, exigían la solución de ecuaciones lineales básicas de primer grado, y en el caso del ítem de menor dificultad (ítem 4) una factorización de cuadrados con coeficientes 1 . Un análisis detallado de cada uno de los ítems a la luz de las respuestas de los estudiantes, así como la propuesta de nuevos ítems para llenar los vacíos en los niveles de dificultad que se observan en el mapa de la Figura 1 se puede consultar en Barajas y Esparza (2010).

Las habilidades de los estudiantes estuvieron en un rango de -2.30 a 2.75 lógitos con una distribución aproximadamente normal con media -0.08 y desviación estándar de 0.83 ; se observaron dos valores atípicos que corresponden a dos estudiantes de ingenierías con habilidades de 2.75 lógitos. La amplitud del rango de las medidas de los estudiantes evaluados da cuenta de la gran variabilidad que existe entre ellos respecto a la habilidad algebraica.

Al analizar la distribución de las habilidades de los estudiantes no se encontraron mayores diferencias entre los grupos considerados. Los estudiantes de ciencias tuvieron una distribución aproximadamente normal con media -0.08 y desviación estándar 0.62 (ver la Figura 2). Las habilidades se encuentran en un rango de -1.57 a 1.57 lógitos.

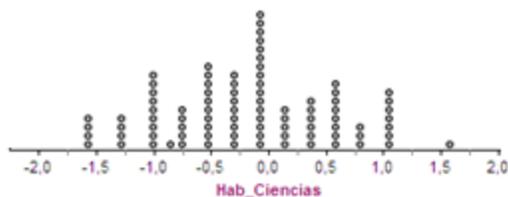


Figura 2: Distribución de las habilidades para los estudiantes de Ciencias.

Las habilidades de los estudiantes de Matemáticas tuvieron una distribución aproximadamente normal, ver Figura 3, con media -0.23 y desviación estándar 0.88 . Las habilidades se encuentran en su mayoría en el rango de -2.30 a 2.26 lógitos. Como por lo general se observa en este tipo de estudiantes, existen dos alejados de los demás: un estudiante con habilidad 2.26 lógitos, y otro con habilidad -2.24 los cuales están a casi 3 desviaciones estándar de la media.

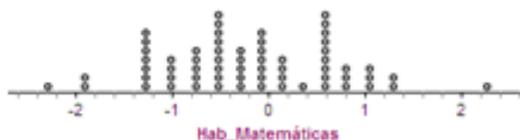


Figura 3: Distribución de las habilidades para los estudiantes de Matemáticas.

Las habilidades de los estudiantes de Ingeniería tienen una distribución aproximadamente normal, ver Figura 4, con media 0.01 y desviación estándar 0.84. Las habilidades están en un rango de -2.0 a 2.75 lógitos, la amplitud de este rango se debe a dos estudiantes que obtuvieron habilidades superiores a 3 desviaciones estándar por encima de la media.

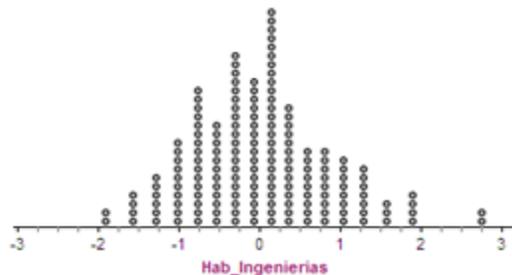


Figura 4: Distribución de las habilidades para los estudiantes de Ingenierías.

Para determinar si entre las habilidades de los estudiantes de Ciencias, Ingenierías y Matemáticas existían diferencias significativas, se realizó un análisis de varianza, ANOVA. Con un valor $\alpha = 0,05$ se obtuvo un valor de p igual a 0,0732, evidenciando que no existen diferencias significativas entre las medias de las estimaciones de la habilidad algebraica entre estos estudiantes.

Conclusiones

Los resultados obtenidos ratificaron la validez del test implementado para medir la habilidad algebraica de los estudiantes que inician su carrera universitaria en las áreas de ingeniería, ciencias y matemáticas.

Los resultados permitieron detectar que los estudiantes bachilleres, de mejores resultados en matemáticas en las pruebas ICFES, no obstante que mostraron un nivel medio aceptable, adolecen de fallas elementales en sus razonamientos algebraicos. Dificultades en las operaciones con fraccionarios y con expresiones algebraicas fraccionarias, incapacidad de realizar factorizaciones no inmediatas son una buena prueba de ello.

Se observó un mejor desempeño por parte de los estudiantes en la resolución de problemas que implicaban el planteamiento y/o resolución de ecuaciones lineales de primer grado, con coeficientes enteros.

No se obtuvieron evidencias que permitan afirmar que existen diferencias significativas entre el nivel de habilidad algebraica en los diferentes grupos de estudiantes analizados.

El análisis Rasch permitió identificar vacíos en el continuo de niveles de dificultad de los ítems. Llenar estos vacíos implica un análisis detallado del contenido de los ítems que se encuentran antes y después de los espacios vacíos detectados. Por ejemplo, en la categoría OEA, los ítems 2 y 3 con dificultad -1.34 y 0.04 respectivamente, se encuentran alejados entre sí a una distancia cercana de 1 lógito. Para resolver correctamente el ítem 2 es necesario realizar un producto entre un binomio y un monomio; la solución del ítem 3 se obtiene realizando la suma entre dos binomios y dos monomios. Por tanto, se propone llenar este espacio con un ítem que requiera el producto entre un monomio y dos binomios, de tal forma se deberá realizar un

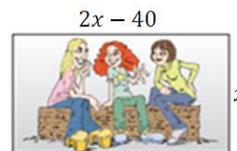
producto más extenso que en el ítem 2 y una suma de monomios menos complicada que en el ítem 3. La elaboración de estos nuevos ítems y la aplicación del nuevo test a un nuevo grupo de estudiantes nos permitirán realizar un análisis más completo del nivel de habilidad algebraica de los estudiantes. La creación de un banco de ítems encaminado a medir el razonamiento algebraico en todos sus aspectos es una herramienta útil para medir el desarrollo de los estudiantes en sus diferentes etapas educativas, lo que facilitará la aplicación de los correctivos pertinentes en los momentos justos antes de su ingreso a la universidad. La creación de este banco se constituye, por lo tanto, en un objetivo a mediano plazo de esta investigación.

Referencias

- Baker, F.B. (1992). *Item Response Theory*. Marcel Dekker, Inc.
- Baker, F. (2001). *The Basics of Item Response Theory. Parameter Estimation Techniques*. Marcel Dekker, Inc. Eduteka- Tecnologías de Información y Comunicaciones para la Enseñanza Básica y Media: <http://www.eduteka.org/pdfdir/SABERMat09Abr2003.pdf> [Consulta: 29 julio 2010]
- Bond and Fox. (2007). *Aplying the Rasch Model, Fundamental Measurement in the Human Sciences*. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey
- Fischer, G.H., Molenaar, I.W. (Editores)(1995). *Rasch Models, Foundations, Recent Developments, and Applications*. Springer Verlag.
- Prieto, G. y Delgado, A. (2003). Análisis de un test mediante el modelo de Rasch. *Psicothema*. Vol.15, p. 94-100 <http://www.psicothema.com/psicothema.asp?id=1029> [consulta: 10 abril 2010].
- Barajas, A. y Esparza, O. (2010). Implementación del Modelo Rasch para la estimación de la Habilidad Algebraica de los estudiantes de primer semestre de Ciencias e Ingeniería de la Universidad Industrial de Santander

Anexo: Test

1. Luis pintó un mural como en que se muestra en la figura.
El área del mural es:



- A. $2x + 40x$ C. $2x^2 - 40x$
 B. $3x - 40$ D. $3x^2 - 40x$
2. La longitud del marco del mural se puede determinar mediante la expresión:
 A. $2(3x - 40)$ C. $(3x - 40)^2$
 B. $6x + 80$ D. $x^2 + 4x - 80$
3. Para mantener reservas de agua potable en las viviendas se instala un tanque de almacenamiento de capacidad en litros $x^3 + x^2 - 2x$. En un día la familia Gómez consume $x-1$ litros. Si el tanque se encuentra completamente lleno, la expresión que representa el número de días que alcanzará el agua para la familia es:
 A. $x^2 + 2x$ C. $-(x^2 + x - 2)$
 B. $x^2 - \frac{2x}{x-1}$ D. $2x + 2$
4. Al factorizar la expresión $x^2 - 100$ se obtiene:
 A. $(x - 10) + (x - 10)$ C. $(x - 10)(x + 10)$
 B. $(x - 10)^2$ D. $(x - 10) + (x - 10)$
5. Si X bultos de harina tiene un total de $9Y$ libras y se vende la libra a Z peso. El costo de X bultos de harina es:
 A. XY C. $9YZ$
 B. $9XYZ$ D. XYZ
6. Laura tiene X años y Sandy es 2 años mayor que Laura; Liliana es 3 años menor que Sandy. La suma de las tres expresadas en términos de X es:
 A. $3x + 1$ C. $3x - 1$
 B. $3x - 7$ D. $x + 2s - 3$
7. Se desea descomponer el número 48 en dos sumandos tales que dividiendo el uno por el otro, el cociente sea 3 y el residuo 4. El sistema de ecuaciones que me permite encontrar la solución a dicho problema es:
 A. $\begin{cases} a + b = 48 \\ a - 4b = 3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a + b = 48 \\ \frac{a}{b} = \frac{3}{4} \end{cases}$
 B. $\begin{cases} a + b = 48 \\ a + 4b = 3c \end{cases}$ D. $\begin{cases} a + b = 48 \\ a - 3b = 4 \end{cases}$
8. Un número se multiplica por 3. El resultado se divide por 4 y luego se le resta 5. Este nuevo resultado se multiplica por 10, obteniendo así la cuarta parte del número aumentada en 37. La ecuación que me permite encontrar el número es:
 A. $\frac{3x}{4} - 5(10) = \frac{1}{4}x + 37$ C. $10 \left[\frac{3x}{4} - 5 \right] = \frac{1}{4}x + 37$

Estimación de la habilidad algebraica de estudiantes universitarios de primer semestre de ciencias e ingeniería

B. $\frac{3x}{10(4-5)} = \frac{1}{4}x + 37$

D. $10 \left[\frac{3x}{4} - 5 \right] = \frac{10}{4} \left[\frac{3x}{4} - 5 \right] + 37$

9. El largo de un rectángulo es 7cm más que su ancho y la diagonal mide 13 cm, el valor del ancho se puede hallar al despejar x de:

A. $13^2 + (x + 7)^2$

C. $x^2 = 13^2 + (x + 7)^2$

B. $x + 7 = 13x$

D. $x + 13 = 7x$

10. En la siguiente igualdad $9^{4n} = 9^{(3n+2)}$; el valor de n es:

A. -2

C. -1

B. 2

D. 3

11. De la ecuación $2x^2 + 2x - 4 = 0$; NO es cierto:

A. Una de las raíces es 1

C. El producto de las raíces es -2

B. Una de las raíces es -1

D. La suma de las raíces es -1

12. Al resolver la ecuación $|z - 2| = \frac{1}{3}$, el valor de Z es

A. $\left\{ \frac{5}{3}, \frac{7}{3} \right\}$

C. $-\frac{5}{3}$

B. $\left\{ -\frac{5}{3}, \frac{7}{3} \right\}$

D. $\frac{7}{3}$

13. ¿Cuánto hay que sumarle al numerador de la fracción $\frac{1}{8}$ para obtener $\frac{3}{2}$?

A. 2

C. 12

B. 11

D. $\frac{11}{8}$

14. Fabio es 2 años mayor que Johana y 3 años mayor que Sandra. Si la edad de Johana es dos veces la edad de Sandra menos 17 años, la edad de Fabio es:

A. 23

C. 19

B. 21

D. 18

15. El resultado de simplificar y racionalizar $\frac{x}{\sqrt{\frac{1}{x}}}$ es:

A. \sqrt{x}

C. x

B. $x\sqrt{x}$

D. 1

16. Una expresión equivalente a la expresión $4x^2 + 11x - 3$

A. $(4x - 1)(x + 3)$

C. $(x + 4)(x - 11)$

B. $(4x + 11)(x - 3)$

D. $(x + 11)(x + 3)$

17. La expresión $\frac{x^3 - x}{x^2 + x} + 1$ es equivalente a:

Estimación de la habilidad algebraica de estudiantes universitarios de primer semestre de ciencias e ingeniería

- A. 1
B. $x + 1$
C. $x - 1$
D. x

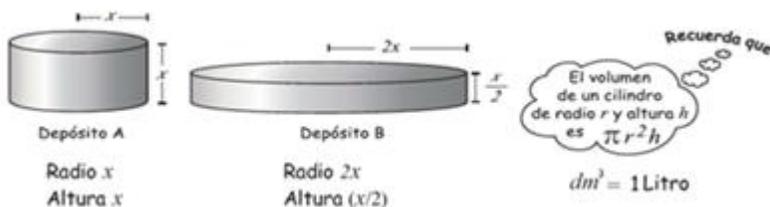
18. Al factorizar la siguiente expresión $a^3 - b^3$ se obtiene:

- A. $(a + b)(a^2 + 2ab + b^2)$
B. $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$
C. $(a - b)(a^2 + 2ab + b^2)$
D. $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

19. Encuentre el valor de $f(x) = (2)^x + 5x + 1$ cuando $x = 3$

- A. 24
B. 22
C. 20
D. 15

20. Para almacenar gasolina se utilizan depósitos cilíndricos como los que se muestran en la siguiente figura.



Si $x = 2dm$, la capacidad del depósito B es:

- A. 4π litros
B. 16π litros
C. 8π litros
D. 32π litros

21. Encontrar el valor de H cuando $z = 2$, $H(x) = 6z + 7.2(6 - z)$

- A. 1
B. 48,2
C. 42
D. 43

22. La siguiente tabla ilustra las tarifas de dos parques de diversiones:

Nombre del parque	Parque Locura	Parque Impacto
Valor de la entrada por persona	\$2 000	\$1 400
Valor de la boleta para cada atracción	\$300	\$500

En la expresión $1400 + 500x$, la x representa:

- A. El número de boletas que una persona compró para utilizar las atracciones en el parque Locura
B. El número de personas que entraron al parque Locura
C. El número de boletas que una persona compró para utilizar las atracciones en el parque Impacto
D. El número de personas que entraron al parque Impacto

23. Entre la casa de Diego y la de Andrea hay dos árboles en línea recta. La expresión mediante la cual se puede hallar la distancia entre los dos árboles es:

- A. $3x + 145$
B. $10x - 45$
C. $3x - 45$
D. $7x + 145$

