



## A elaboração de conceitos da Geometria por meio de um modelo para a construção de pipas

Vadinei Cezar **Cardoso**

Departamento de Ciências, Universidade Estadual de Maringá  
Brasil

[v13dinei@gmail.com](mailto:v13dinei@gmail.com)

Lilian Akemi **Kato**

Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Maringá  
Brasil

[lilianakato@hotmail.com](mailto:lilianakato@hotmail.com)

Valdeni Soliani **Franco**

Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Maringá  
Brasil

[vsfranco@uem.br](mailto:vsfranco@uem.br)

### Resumo

Neste trabalho busca-se promover a construção de alguns conceitos da geometria euclidiana plana que podem ser desenvolvidos utilizando um modelo para a construção de pipas planas com duas ou três varetas. Pretende-se, ao abordar este tema, desenvolver a capacidade de formulação de hipóteses, representação e validação do modelo que constituem algumas das etapas da modelagem matemática, presentes na construção das pipas. Os resultados esperados são a construção de saberes relacionados às medidas de áreas e perímetros, sistemas de medidas e formas geométricas.

Palavras-chave: modelagem, geometria euclidiana, ensino, matemática.

### 1. As geometrias e a criança

Para Davis & Heush (1985), estudar geometria euclidiana plana é jogar com os axiomas de Euclides, mas o que se percebe neste jogo é que muitos “jogadores” não compreendem suas regras - os axiomas - e por isso não conseguem “jogar”, ou seja, não conseguem concretizar uma aprendizagem significativa da geometria euclidiana plana.

Nas palavras de Davis & Heush (1985, p. 251): “na geometria como descrição do mundo, o axioma funciona como uma afirmativa verdadeira e precisa do mundo das experiências espaciais”, nesse viés uma condição necessária para que a criança descreva e compreenda as propriedades geométricas dos objetos presentes no mundo que a cerca seria a compreensão e a aplicação dos axiomas da geometria plana.

A construção da geometria pela criança de acordo com Piaget (1948 apud KOBAYASHI, 2001, p. 87-91) passa por três fases: na primeira delas, a criança promove a construção de propriedades topológicas do mundo, na segunda constrói sua visão geométrica do mundo interagindo com aspectos da geometria projetiva presentes em seu cotidiano. A terceira fase começa no período compreendido entre quatro e oito anos; de acordo com o que Piaget (1993 apud KOBAYASHI, 2001, p. 90) é denominado de estágio das operações concretas e é neste estágio que se inicia o relacionamento entre os sistemas de referência de interiores e exteriores na criança; por meio dessa relação a criança começa a construir as noções de paralelismo, perpendicularismo, ângulos, entre outros entes geométricos.

Kobayashi (2001, p. 90) lembra que a construção dessas noções não ocorre de uma hora para outra e sim por meio de um processo lento e demorado que podem durar anos. Isso ocorre, segundo Becker (1993), porque as lógicas do adulto e das crianças são diferentes, a do adulto seria mais formal, e transpor esta distância é muitas vezes uma tarefa difícil para as crianças.

Nas aulas de Geometria, pode-se facilmente perceber essa distância, que muitas vezes resulta em baixos índices de aprendizagem de conceitos fundamentais dessa disciplina por um grande número de crianças. Como contornar este problema? A saída seria, nas palavras de Becker (1993, p.70), o professor:

[...] assumir o nível de consciência do educando, não importa o teor de ingenuidade que o caracteriza. Isto não significa diminuir os desafios e sim intensificar os desafios, mas no plano da lógica do aluno. Lógica que não é necessariamente função da idade, mas da ação, ou melhor, da interação do indivíduo com o meio físico/social que o rodeia. A lógica não se ensina, desenvolve-se por força da ação do sujeito sobre o meio físico e social.

## **2. Pipas e geometria euclidiana plana**

Pensando nisso, organizamos uma oficina de pipas que tem o objetivo de facilitar a construção de conceitos relacionados à geometria plana por estudantes com idade entre 11 e 13 anos. Por meio da participação nas atividades nessa oficina, espera-se oportunizar aos estudantes momentos para que estes organizem suas experiências e atribuam significados a tais experiências.

A sequência necessária para a construção de uma pipa pode ser utilizada como um poderoso instrumento para que a criança assimile conceitos matemáticos e relacione tais conceitos com as formas e as grandezas (áreas, perímetros) presentes nas pipas.

Kobayashi (2001, p. 183) destaca que é importante que a criança do Ensino Fundamental tenha a oportunidade de:

[...] expressar seu pensamento, de ser solicitada a realizar trocas simbólicas, a contar como são os lugares, os objetos, as pessoas, de representá-las por imagens, por desenhos ou por gestos. Isto é o que a escola perde ao optar pela geometria da dedução.

Para Piaget, ter experiência é refletir sobre a prática; o ensino tradicional impediria esta reflexão, no momento em que o professor impede que a criança atue ativamente na construção de seu conhecimento. Aldous Huxley (apud Becker, 1993, p. 70) reforça a importância da ação para a construção da experiência. Para ele “experiência não é o que fizemos. Mas o que fazemos com o que fizemos”.

### **3. A modelagem matemática e o ensino da geometria euclidiana plana**

O caminho que adotamos para aliar a experiência e o aprendizado de geometria foi o da modelagem matemática, que pode ser entendida, neste caso, como o processo para encontrar um modelo representado por meio da linguagem matemática, utilizando-se de situações-problema. As situações utilizadas ancoram-se nas técnicas adotadas para a construção de pipas planas. Como defende Piaget (2006), o conhecimento é construído por meio das ações realizadas sobre determinado objeto, com o objetivo de retirar “qualidades” das ações realizadas.

Estas qualidades seriam, no caso da geometria euclidiana plana, a descoberta dos axiomas e proposições por meio da interação dos estudantes com a construção das pipas. A construção da pipa será o gerador de diversas situações-problema que oportunizará aos estudantes a elaboração de hipóteses para a obtenção do melhor modelo para a pipa, dentro das condições estabelecidas, fazendo o que Biembengut (2000) denomina modelação, e para isso são necessários três passos: a interação, a matematização e a construção do modelo.

A pipa é um “brinquedo” que chama a atenção do estudante em que, durante a sua construção, o estudante tem a oportunidade de compreender conceitos e resultados da matemática que ainda não teve acesso, já que para Piaget (2006) pensar é agir sobre o objeto e transformá-lo. É a ação, interação com o objeto que pode acomodar gradualmente esquemas que vão construir a teoria.

### **4. A oficina de pipas**

De acordo com a Wikipédia<sup>1</sup>, as pipas nasceram na China antiga, por volta do ano 1200 a. C. Desde então são utilizadas para diversas finalidades entre elas podemos destacar: o uso como sinalizador militar, o uso como medidor das condições atmosféricas, a participação na invenção do para-raios e até os dias de hoje em que as pipas são utilizadas como um brinquedo bastante popular entre crianças de todo o mundo.

---

<sup>1</sup> [http://pt.wikipedia.org/wiki/Pipa\\_\(brinquedo\)](http://pt.wikipedia.org/wiki/Pipa_(brinquedo))

As pipas, também denominadas de estrela, papagaio, pandorga ou raia, são brinquedos que voam, o voo se dá pela força de oposição que o vento provoca na pipa que é segurada pelo seu operador.

A composição básica de uma pipa é uma estrutura armada que suporta um plano de papel que funciona como uma asa; em nossa oficina vamos construir pipas planas que necessitam de uma rabióla para voar.

Que formas geométricas estão presentes na pipa?



Figura 01: Pipas que utilizam duas ou três varetas de bambu

Para realizar a montagem de pipas com seus alunos, solicite 10 m de linha fina, papel de seda colorido, cola, tesoura sem ponta, varetas de bambu e régua. Como pode notar na Figura 01, nas pipas, podemos observar formas triangulares, retangulares, simetrias entre medidas, regiões poligonais, entre outros conceitos geométricos.

O primeiro passo para a montagem de uma pipa, utilizando-se a modelagem matemática é o levantamento de hipóteses relacionadas com a construção da pipa. Nessa fase, devemos incentivar os estudantes a representarem as características da pipa em linguagem matemática, para isso os estudantes devem construir hipóteses relacionadas a esta construção, paralelamente à construção dessas hipóteses o professor deve discutir com os estudantes os ganhos e as perdas relacionadas com cada uma das hipóteses levantadas. Partindo dessa discussão, os estudantes podem escolher entre manter suas hipóteses ou modificá-las, todas estas hipóteses devem ser representadas em linguagem matemática, com um nível gradual de rigor, que deve obedecer ao tempo de aprendizagem dos estudantes.

Para que os estudantes promovam a construção de conceitos geométricos durante a confecção das pipas, é fundamental que o professor instigue a curiosidade destes por meio de questionamentos e instruções como as apresentadas no exercício a seguir:

Faça um desenho representando a sua pipa e represente neste desenho todas as informações necessárias à sua confecção, como medidas, tipos de materiais utilizados em

cada parte da pipa, locais onde devemos encapar a estrutura de bambu utilizando o papel de seda e a localização de regiões onde não se encapa a estrutura com o papel.

De acordo com Lindquist & Shulte (1994, p. 7), perguntas como:

“Que tipo(s) de figuras você obterá se cortar o canto segundo um ângulo de  $30^\circ$ ? E segundo um ângulo de  $45^\circ$ ? Descreva os ângulos no ponto de interseção das diagonais. O ponto de interseção está em que ponto das diagonais? Por que a área do losango é dada como metade do produto das duas diagonais?”

Podem ajudar os estudantes a compreenderem características das formas geométricas e o professor durante esse processo faria a generalização dos conceitos estudados, fazendo periodicamente, durante as aulas, apanhados gerais relacionados aos conceitos estudados.

A representação do esquema da pipa atua como um modelo por meio do qual os estudantes podem levantar hipóteses que os levem à discussão dos melhores métodos a utilizarem uma quantidade mínima de materiais de modo que a funcionalidade da pipa não seja perdida.

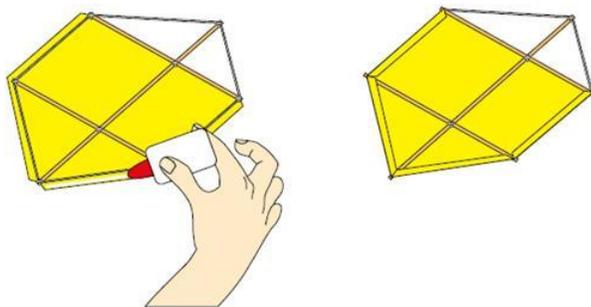


Figura 02: Entes geométricos presentes na pipa

Por exemplo, para calcular a quantidade necessária de papel para a construção das pipas, os estudantes podem levantar várias hipóteses, como dividir a parte a ser encapada da pipa em um retângulo e um triângulo, ou entre dois retângulos ou dois triângulos, calcular separadamente as áreas de cada uma das figuras e, em seguida, somar estas áreas para obter a área total do papel a ser utilizada na pipa.

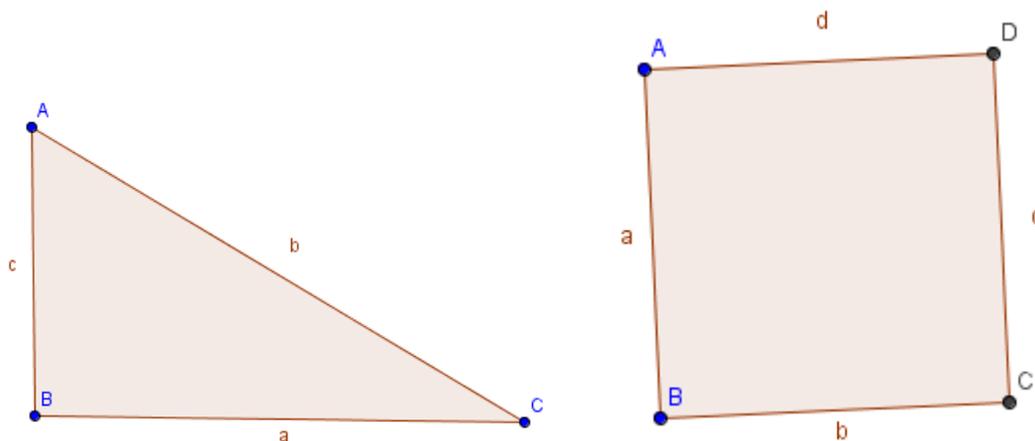


Figura 03: Polígonos presentes no esquema da pipa

Lembramos que nesse cálculo o estudante também deve considerar em suas estimativas que é necessário deixar uma sobra de papel para que este possa ser colado na estrutura da pipa, e esta sobra deve ser considerada no cálculo da quantidade de papel necessária para a construção da pipa. Além da quantidade de papel utilizada na pipa, o estudante também precisa estimar a quantidade de linha necessária para a construção da estrutura da pipa. Como ilustrado na Figura 04, a seguir.

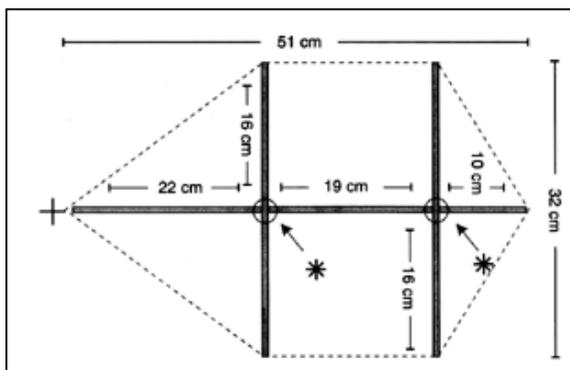


Figura 04: Estimando a quantidade de papel e de linha para a confecção da pipa

De acordo com Lindquist & Shulte (1994) o professor poderia pedir aos alunos que construíssem uma pipa com o formato de um losango e com as diagonais iguais, ou outra pipa com quatro ângulos retos, depois com três ângulos retos, dois ângulos retos, um ângulo reto. Dessa forma, os estudantes constroem conceitos geométricos, ao descobrirem por seus próprios meios os caminhos para concluir as tarefas solicitadas.

Passada a fase do levantamento de hipóteses, inicia-se a etapa da generalização do problema. Para isso, os estudantes devem apresentar para o restante da classe os procedimentos adotados por cada uma das duplas, para a estimativa da quantidade de papel e de linha necessários para a construção da pipa. Neste momento, o professor promove um debate por meio de discussões com a turma que busca confrontar as diversas hipóteses e

instiga os estudantes a formularem suas respectivas hipóteses testando cada uma delas para verificar se satisfazem a condição de mínimo gasto de papel e de linha na confecção da pipa.

Neste momento, o professor pode apresentar o conceito de função, função polinomial e pontos críticos de uma função, tudo isso partindo das hipóteses levantadas pelos estudantes; esta apresentação deve ser feita na forma de questionamentos aos alunos, indagando-os a descreverem as variáveis do problema, a lei de formação da função, a área da função do perímetro da pipa e a representação dessas funções por meio de gráficos.

Ao ministrar a oficina, é fundamental para os professores compreender como se dá a construção cognitiva dos conceitos geométricos em estudantes com idade média entre 11 e 13 anos, cujo desenvolvimento cognitivo em Geometria, em sua maioria, se encontra nos níveis 1 e 2, de uma escala que compreende do nível 0 até o nível 4, criados pelos pesquisadores Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele, realizados na Universidade de Utrecht.

Para Lindquist & Shulte (1994, p. 10) a construção de pipas proporciona aos estudantes a oportunidades de medir, dobrar, recortar e tais procedimentos auxiliam os estudantes “a identificar propriedades de figuras e outras relações geométricas”. Além disso, procedimentos como: descrever figuras, comparar figuras, classificar por atributos isolados (número de lados, ângulos retos), desenhar e identificar uma figura por descrição oral ou escrita de suas propriedades, identificar uma figura a partir de pistas visuais. Deduzir empiricamente (a partir do estudo de muitos exemplos) “regras” e generalizações. Podem ajudar os estudantes a diferenciarem as características das figuras geométricas, mesmo que ainda não possam relacionar as propriedades das figuras e não compreendam adequadamente as definições apresentadas. A construção de pipas planas é um caminho para que os estudantes realizem todas as tarefas indicadas anteriormente de uma forma lúdica e prazerosa.

As tarefas citadas anteriormente são indicadas, segundo os pesquisadores Van Hiele, para o desenvolvimento do nível 1. Para desenvolver esquemas classificados no nível 2, de acordo com Lindquist & Shulte (1994), é necessário que o professor promova atividades que busquem identificar conjuntos mínimos de propriedades para descrever uma figura, por exemplo, uma questão que auxiliaria neste processo seria “um quadrado é...” e o estudante escreveria tudo que sabe sobre o quadrado e faria a exposição de suas ideias para a turma. Isso poderia ser feito com uma pipa, com o formato quadrado, usando a pipa o aluno explicaria as propriedades presentes no quadrado.

O professor nesta fase acompanharia os argumentos apresentados pelos estudantes, que em muitos casos seriam informais e tentaria fornecer à turma explicações não prontas, mas discussões que pudessem levar os estudantes a desenvolverem argumentos formais para expressar suas ideias que poderia ser feita por meio de discussões relacionadas às situações que focalizem afirmações dadas pelos estudantes e suas recíprocas.

Desse modo, o professor utilizaria os materiais presentes na oficina de pipas a fim de preparar os estudantes para a aprendizagem posterior de outros conceitos geométricos e por meio das discussões geradas durante a construção das pipas; poderia avaliar a compreensão da geometria dos estudantes participantes, analisando a linguagem utilizada por estes estudantes

para defenderem suas ideias e pontos de vista. Isso evitaria o ensino mecânico da geometria que pode ser encontrado com muita frequência em diversas escolas brasileiras.

Para Lindquist & Shulte (1994), a linguagem e os materiais escolhidos com critérios bem definidos auxiliam no desenvolvimento do raciocínio geométrico. Tal desenvolvimento é favorecido com a utilização de discussões orientadas que levem os estudantes a associar linguisticamente palavras e símbolos geométricos criados por elas e que gradualmente serão substituídos por expressões eruditas que obedeçam ao rigor necessário a Geometria enquanto ciência.

A construção de pipas para estudar geometria muda também a forma de avaliação a ser adotada pelo professor, já que por meio de conversas, os professores podem descobrir concepções erradas ou noções incompletas, bem como construir noções corretas e neste ponto os questionamentos utilizados pelo professor são fundamentais para a orientação dos estudantes, Lindquist & Shulte (1994) afirmam que é importante em todas as etapas perguntar à criança como ela “sabe”.

E para que a avaliação do processo tenha efeitos positivos sobre a aprendizagem dos estudantes, cabe ao professor formular questões apropriadas, dando um tempo suficiente para as respostas e discutindo a qualidade das respostas apresentadas. (LINDQUIST & SHULTE, 1994, p. 17).

Na etapa final da oficina de pipas, os estudantes devem testar cada uma das leis de formação adotadas e analisar se o modelo matemático representa o modelo real de forma satisfatória. O resultado final seriam alunos criando e desenvolvendo sua capacidade de resolução de problemas. Becker (1993), comentando as ideias de Piaget, exemplifica que “quando uma criança interage com uma árvore, primeiro, ela vê a árvore e sobe nela, só depois disso começa a perceber características como o verde das folhas da árvore”, com a pipa ocorreria um fenômeno semelhante, no início as crianças percebem somente a pipa, somente durante a construção das pipas e por meio do encaminhamento do professor é que esta percebe características geométricas presentes na pipa.

## 5. Bibliografia e referências

Becher, F.. (1993). A epistemologia do professor: o cotidiano da escola. Petrópolis: *Vozes*.

Bienbengut, M. S. (2000). Modelagem matemática no ensino. São Paulo: *Contexto*.

Davis, P. J. & Heush, R.. (1985). A experiência Matemática. Lisboa: *Francisco Alves*.

Kobayashi, M. C. M.. (2001). A construção da geometria pela criança. Marília: *Cadernos de Divulgação Cultural*.

Lindquist, M. M. & Shulte, A. P.. (1994). Aprendendo e ensinando geometria. São Paulo: *Atual*.

Piaget, J.. (2006). *A construção do real na criança*. São Paulo: Ática.