



Desafíos y decisiones de profesores de matemática en escenarios de modelización: el diseño de un proyecto para el aula¹

Mónica Villarreal

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET)

Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Argentina

mvilla@famaf.unc.edu.ar

Cristina Esteley

Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Argentina

cesteley@hotmail.com

Silvina Smith

Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Argentina

smith@famaf.unc.edu.ar

Resumen

Esta comunicación tiene el objetivo de mostrar un análisis del diseño de un proyecto de modelización matemática llevado a cabo por tres experimentadas profesoras de matemática del nivel secundario que desarrollaban su labor en la misma escuela. Constituimos con las profesoras un grupo de trabajo colaborativo. El trabajo comprendió cuatro fases: familiarización, diseño, implementación y análisis. La metodología de investigación empleada fue de tipo cualitativa. Las principales fuentes de datos para el análisis que presentamos aquí fueron las propuestas didácticas elaboradas por las profesoras, notas de campo de las reuniones realizadas y entrevistas con cada profesora. Los datos nos permitieron realizar un análisis descriptivo e interpretativo de las decisiones tomadas por las profesoras durante la fase de diseño.

¹ Este estudio fue desarrollado con el apoyo financiero de la Secretaría de Ciencia y Técnica de la Universidad Nacional de Córdoba (SeCyT – UNC), el Ministerio de Ciencia y Tecnología de la Provincia de Córdoba y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICET-Argentina).

Palabras clave: modelización matemática, desarrollo profesional de profesores de matemática, zona de riesgo, escenario de modelización

Introducción

Esta comunicación reporta algunos resultados provenientes de una investigación que estamos llevando adelante con el fin de explorar y caracterizar el desarrollo profesional de profesores de matemática en escenarios de modelización matemática. En el contexto de esta investigación e inspirados en la noción de “escenario de investigación” propuesta por Skovsmose (2000), llamamos escenario de modelización al conjunto de situaciones, hechos, materiales, acciones y relaciones involucradas en el proceso de estudio, creación, implementación y evaluación de proyectos de modelización matemática desarrollados en contextos educativos. Profesores y estudiantes, así como investigadores son los actores en tal escenario. La constitución de escenarios implica que profesores e investigadores aceptan el desafío y comparten la responsabilidad de involucrarse en el proceso previamente descrito y que los estudiantes aceptan la invitación a trabajar en un proyecto de modelización matemática.

En el escenario de modelización creado para esta investigación, interesa indagar acerca de los modos en que los profesores comprenden, diseñan e implementan proyectos de modelización matemática en sus clases, los desafíos que enfrentan y las decisiones que toman. En particular reportaremos acerca de las decisiones tomadas por un grupo de profesoras de matemática durante el diseño de una propuesta didáctica que fue implementada posteriormente con estudiantes de escuela media.

Diferentes posiciones teóricas en relación al desarrollo profesional de profesores y la modelización matemática en contextos educativos guían nuestra investigación. A continuación presentaremos una breve discusión relativa a estas temáticas de estudio.

Desarrollo profesional de profesores de matemática

El proyecto que enmarca esta comunicación se lleva adelante desde la perspectiva del desarrollo profesional que reconoce la actividad docente como una profesión que debería desarrollarse de modo continuo en el marco de una cultura profesional (Imbernón, 1998). Para Ponte (1998, 2001) el desarrollo profesional se da a través de múltiples formas y procesos: cursos, proyectos, intercambio de experiencias, lecturas, reflexiones; es un proceso de adentro hacia fuera cabiendo al profesor las decisiones fundamentales relativas a proyectos que quiere emprender o el modo en que los quiere ejecutar; presta especial atención a sus potencialidades (no a sus deficiencias) y busca vincular teoría y práctica. Desde esta perspectiva el profesor se torna sujeto de su desarrollo profesional y no objeto de formación. En este marco amplio referido al desarrollo profesional del docente consideramos como problemática particular: el desarrollo profesional de profesores de Matemática cuando un profesor o grupo de profesores implementan en aula proyectos de modelización.

Modelización matemática

En general, se asume que la modelización vincula matemática y mundo real. Las aplicaciones de la matemática, por su parte, también manifiestan ese vínculo. De acuerdo a Blum (2003), la denominación ‘aplicaciones y modelización’ ha sido usada para “denotar todo tipo de relación entre el mundo real y la matemática” (p. 153) donde ‘mundo real’ es “todo lo que tiene que ver con la naturaleza, la sociedad o la cultura, incluyendo la vida cotidiana así como las

materias de la escuela o la universidad o disciplinas científicas diferentes de la matemática” (p. 152). Este autor indica que mientras la modelización se focaliza en la dirección que va de la realidad hacia la matemática y enfatiza los procesos involucrados, las aplicaciones van en la dirección opuesta y enfatizan los productos que son aplicados.

La modelización matemática es un proceso de investigación comúnmente usado por matemáticos aplicados y especialistas de diferentes áreas del conocimiento involucrados en la creación de modelos matemáticos para describir un fenómeno dado y predecir comportamientos futuros. Según Bassanezi (2002), *“la modelización consiste esencialmente en el arte de transformar situaciones reales en problemas matemáticos cuyas soluciones tienen que ser interpretadas en el lenguaje usual”* (p. 24). En este artículo, el autor, reconoce a la modelización como un proceso en el que es posible distinguir las siguientes etapas: I) selección del tema y delimitación del o los problemas a estudiar, II) diseño y ejecución de experimentos, III) construcción de modelos y IV) validación y posible modificación. Cabe indicar que la descripción proporcionada por Bassanezi es compatible con la presentada en Niss, Blum & Galbraith (2007). Estos autores señalan que un modelo matemático consiste *“del dominio extra-matemático, D , de interés, algún dominio matemático M , y la aplicación (mapping) desde el dominio extra-matemático hacia el dominio matemático”* (p. 4) y consideran que un proceso completo de modelización matemática incluye los siguientes momentos: estructurar D , decidir acerca de un apropiado dominio matemático M y una aplicación desde D a M , trabajar matemáticamente en M , interpretar y evaluar conclusiones para D , introducir modificaciones y repetir el ciclo si es necesario.

En contextos educativos, la modelización matemática puede ser asociada con diferentes tipos de actividades en clase. En este sentido, Barbosa (2001a) ofrece una clasificación que da cuenta de tres posibles “casos de modelización” en tales contextos:

Caso 1: el profesor describe una situación-problema con la información necesaria para resolverla. Los estudiantes participan en el proceso de resolución de tal problema

Caso 2: el profesor describe una situación-problema de la realidad no matemática y los estudiantes recogen los datos e información necesarios para resolver tal situación.

Caso 3: los estudiantes escogen, formulan y resuelven un problema relacionado con un tema no matemático. Ellos también son responsables por la búsqueda de la información necesaria para resolver el problema.

En todos los casos, el profesor actúa como copartícipe en las investigaciones de los estudiantes. El nivel de compromiso en los procesos se incrementa desde el primero al tercer caso. De este modo el profesor y los estudiantes se comprometen con diferentes modos de implementar actividades de modelización de acuerdo a sus preferencias, conocimientos y posibilidades.

Como investigadoras consideramos a la modelización matemática como una estrategia pedagógica que trasciende la mera aplicación de un modelo matemático ya conocido para resolver un problema. Apoyamos la posición que considera que el estudiante debería tener la oportunidad, en sus clases de matemática, de vivenciar un proceso de modelización matemática completo en el sentido de Bassanezi (2002) y Niss et al. (2007), incluyendo la elección del tema. Esta posición es compatible con el Caso 3 descrito en Barbosa (2001a). Si bien ésta es nuestra

posición, no es necesariamente la perspectiva a la que las profesoras adhieren para trabajar en sus clases. Esto no se interpreta como un problema o una contradicción dentro de nuestra perspectiva de desarrollo profesional, ya que es el profesor y no el investigador el principal responsable de sus decisiones didácticas.

En el contexto internacional Blum, Galbraith, Henn & Niss (2007) observan que si bien hoy las aplicaciones y la modelización juegan roles más importantes en las clases de matemática que los que jugaban en el pasado, *“aún existe una brecha sustancial entre los ideales expresados en el debate educacional y los currículos innovadores, por un lado, y la práctica de enseñanza cotidiana, por el otro”* (p. XI).

En nuestro país (Argentina) ocurre algo similar. Varios documentos curriculares locales sugieren la modelización matemática como una actividad a ser desarrollada en clases de matemática de la escuela media. En 2007 el Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología de la Nación designó a un grupo de científicos y educadores, para constituir la “Comisión Nacional para el Mejoramiento de la Enseñanza de las Ciencias Naturales y la Matemática”. El Informe Final de la Comisión se publicó en agosto del 2007 (http://www.me.gov.ar/doc_pdf/doc_comision.pdf). Entre las múltiples propuestas que contiene ese documento, interesa destacar una relacionada con la Enseñanza de las Ciencias y la Matemática en el Nivel Medio que recomienda: *“...incorporar el aspecto empírico de las ciencias en el aula y recuperar la idea de actividad de modelización para la enseñanza de la matemática”* (p. 11). En el ámbito provincial (Córdoba), los documentos curriculares recomiendan también el trabajo con modelización matemática en el aula. A pesar de estas recomendaciones es raro ver que en las aulas se desarrollen auténticas actividades de modelización matemática. La mayoría de las actividades que se observan conducen a *aplicaciones ilustrativas* de contenidos matemáticos ya estudiados para resolver problemas *semi-reales* (Skovsmose, 2000), problemas enmarcados en un contexto real que sirve de disfraz para presentar una situación en la cual *“los estudiantes no tienen dudas de que la matemática a ser usada es el tópico recién enseñado”* (Muller & Burkhardt, 2007, p. 269). Esta última es la característica que define a tales problemas como *aplicaciones ilustrativas*, de acuerdo a la caracterización de estos dos autores. Es raro que estudiantes y profesores se involucren en un proceso de *modelización activa* en el cual no hay un contenido matemático determinado a priori para ser aplicado en la resolución de un problema, sino que *“una variedad de herramientas matemáticas serán útiles para diferentes aspectos del análisis [...] Elegir y usar herramientas apropiadamente es el mayor desafío para los estudiantes”* (Muller & Burkhardt, 2007, p. 269). Así, las actividades de modelización que se observan a nivel local son características del Caso 1 descrito en Barbosa (2001a).

Breve reseña de antecedentes

En el marco de nuestro proyecto de investigación interesa, en particular, destacar los estudios que abordan la conjunción modelización matemática y formación de profesores de matemática. El trabajo de Blomhøj & Kjeldsen (2006) relata y analiza una experiencia de desarrollo de un curso de modelización y trabajo con proyectos para profesores secundarios en Dinamarca. El artículo plantea dilemas relacionados con la enseñanza de la modelización matemática, en relación al modo en que los profesores crean el escenario para que sus alumnos desarrollen sus proyectos y cómo los guían y desafían durante el proceso de modelización de modo tal que el trabajo sea autónomo, pero al mismo tiempo controlado. Doerr (2007) intenta responder la pregunta *“¿qué conocimiento necesitan los profesores para enseñar matemática a*

través de aplicaciones y modelización?” (p. 69). Su estudio plantea el desafío de una preparación diferente del docente ya que se presentan nuevas demandas hacia el profesor vinculadas con la necesidad de desarrollar una escucha cuidadosa de las voces de los estudiantes, la forma de lidiar con abordajes inesperados propuestos por los alumnos y los modos de establecer conexiones entre las ideas matemáticas.

Barbosa (2001b) explora el lugar de la modelización en la formación de futuros profesores de Matemática, trabajando con estudiantes del profesorado en procesos de modelización donde estos mismos estudiantes deben proponer el problema a modelizar. En ese contexto de modelización, encuentra que estas actividades permitieron a sus alumnos, no sólo ampliar el conjunto de reflexiones en torno al quehacer matemático, sino que además les permitió una interacción con cuestiones pedagógicas. También Barbosa (2001b) en concordancia con Oliveira (2007) discuten como obstáculo para las actividades de modelización, las concepciones de los futuros profesores de Matemática relacionadas con sus visiones acerca de la enseñanza matemática. Los autores indican que la no familiaridad con esta estrategia pedagógica puede producir en los futuros profesores una sensación de inseguridad, lo cual luego podría traducirse en evitar este abordaje didáctico, en su futura práctica profesional. En Oliveira & Barbosa (2009), se identifican tres tensiones que un profesor enfrentó cuando desarrollaba actividades de modelización matemática en su clase: el “próximo paso” (referido a qué hacer en un momento dado de la clase), el “compromiso de los estudiantes” y el “dominio del contenido matemático”. También se describen las situaciones en las cuales estas tensiones aparecieron.

En nuestro contexto nacional, existen algunas publicaciones para profesores que sugieren el uso de la modelización matemática en clases (por ejemplo, Segal & Giuliani, 2008). Sin embargo, observamos que aún existe poca investigación que indague acerca de los modos en que los profesores preparan e implementan actividades de modelización matemática.

En nuestros estudios previos (Villarreal, Esteley & Mina, 2010; Esteley & Villarreal, 2009; Esteley, Mina, Cristante, & Marguet, 2007) hemos reportado acerca de una experiencia en la cual tres profesoras de matemática se involucraron en el desarrollo de actividades de modelización para sus clases, durante el año 2004. Entre los principales desafíos que fueron enfrentados por las profesoras durante la experiencia podemos mencionar: superar las restricciones institucionales y curriculares; lidiar con las reacciones de los estudiantes frente a la nueva propuesta; conseguir administrar y compatibilizar un trabajo de alta demanda en tiempo, simultáneamente con el resto de sus actividades como profesoras de dedicación exclusiva; enseñar a estudiantes del nivel medio qué es un modelo y cuáles son las etapas de un proceso de modelización.

La bibliografía que hemos reportado aquí constituye un recorte de trabajos relacionados con la problemática que nos ocupa. Se refiere a varios tipos de tensiones y desafíos que los profesores enfrentan cuando intentan trabajar con actividades de modelización en la escuela o la necesidad de un nuevo tipo de educación para el profesor considerando tales desafíos.

Metodología de investigación

Dado que la preocupación central de la investigación es lograr una comprensión profunda de los modos en que los profesores comprenden, diseñan e implementan proyectos de modelización matemática en sus clases y las decisiones que toman durante ese proceso, decidimos constituir un grupo colaborativo formado por profesores de matemática e investigadores a fin de trabajar juntos en esa problemática. Las actividades desarrolladas por el grupo se constituyen en el contexto de investigación. La metodología de investigación seguida

fue de tipo cualitativa (Denzin & Lincoln, 2000) dentro del paradigma interpretativo. Las principales fuentes de datos fueron: las propuestas didácticas escritas por las profesoras para sus clases, notas de campo provenientes de observaciones realizadas durante las reuniones del grupo y las clases de las profesoras, entrevistas personales con cada profesora, videotapes y grabaciones de audio de algunas clases, trabajos escritos de los estudiantes, fotografías y e-mails.

Constitución del grupo y fases del estudio

Tres profesoras de matemática en servicio que trabajan en una misma escuela pública secundaria decidieron participar en nuestro estudio. Estas profesoras habían asistido a un curso, de 6 horas de duración, titulado “Modelización matemática como estrategia pedagógica” que tres miembros de nuestro equipo dictaron en 2007 en el marco de la XXX Reunión de Educación Matemática organizada anualmente por la Unión Matemática Argentina. En dicho curso se discutió acerca de qué es un modelo en ciencia y en matemática, se introdujeron las etapas del proceso de modelización, se consideraron diferentes perspectivas asociadas con la modelización matemática en la enseñanza, se analizaron algunas experiencias llevadas a cabo en escuelas secundarias y los participantes resolvieron problemas que implicaban la creación de modelos. En 2008 invitamos a algunos asistentes a este curso (aquellos que viven en nuestra ciudad) a participar del proyecto que se enfocaría en el desarrollo profesional de profesores en escenarios de modelización. Las tres profesoras que aceptaron la invitación acordaron en participar de reuniones periódicas desde Agosto de 2008. Nos referiremos a las tres profesoras con nombres ficticios: Adriana, Lara y Melina. Si bien ya habían desarrollado y llevado a cabo proyectos innovadores para sus clases de matemática, nunca habían diseñado un proyecto de modelización.

Una vez constituido el grupo, las actividades se desarrollaron en cuatro fases: 1) *Fase de familiarización* (5 meses): en la cual profesoras e investigadoras se encontraron cada quince días durante el período Agosto-Diciembre de 2008. En ese período, las profesoras trabajaron en la creación de modelos matemáticos para resolver problemas propuestos por las investigadoras y simultáneamente, se leyeron, discutieron y analizaron diversos artículos referidos a proyectos de modelización matemática en la escuela secundaria, tales como, Greer, Verschaffel & Mukhopadhyay (2007); Mina, Esteley, Marguet & Cristante (2007) y Blomhøj (2004). 2) *Fase de diseño* (7 meses): en la cual las profesoras concentraron su trabajo en la producción de actividades de enseñanza para introducir la modelización matemática en sus clases. Escribieron sus propuestas didácticas y posteriormente fueron discutidas con el grupo completo. 3) *Fase de implementación* (2 meses): en la cual las profesoras implementaron en sus clases el proyecto de modelización matemática previamente creado. En las fases 2 y 3, las investigadoras actuaron como consultores, proporcionando sugerencias cuando las profesoras lo requerían, y acompañando la implementación del proyecto en aula. 4) *Fase de análisis*: el cual estamos actualmente profundizando, si bien se trata de una actividad que atravesó simultáneamente todas las fases anteriores.

En la próxima sección presentamos, analizamos y discutimos resultados relacionados con las decisiones de las profesoras en la fase de diseño.

Resultados y análisis

En la fase de diseño, pudimos reconocer que las profesoras tomaron algunas decisiones acerca de tres cuestiones centrales: el curso en el cual trabajarían, el tipo de proyecto de modelización que estaban dispuestas a llevar adelante en sus clases y el tipo de actividades asociadas con tal proyecto.

Entendemos por decisión una acción o conjunto de acciones que implican una opción a fin de enfrentar desafíos, anticipar lo inesperado o estar preparado para gestionar el trabajo futuro en la clase. Enfrentar desafíos implica, en este caso, ingresar en una *zona de riesgo* (Penteado, 2001), esto es en una zona que se caracteriza por la imposibilidad de prever todo, el desafío a la autoridad tradicional del profesor, la necesidad de reorganización en la gestión de la clase y la promoción de un trabajo colaborativo entre docentes y alumnos o entre docentes.

A continuación nos referiremos con más detalles a cada una de las decisiones consideradas.

Decisión acerca del curso

Las profesoras decidieron que las tres trabajarían con estudiantes de primer año de la escuela en la cual se desempeñaban como docentes. Esta escuela está ubicada en una zona cercana a un barrio carenciado del cual provienen muchos de sus alumnos. El nivel de repitencia es alto y es por ello que las edades de los estudiantes de primer año estaban comprendidas entre los 12 y los 15 años, siendo que la edad promedio para un alumno de primer año en Argentina está entre 11 y 12 años. Los alumnos que cursan primer año están distribuidos en cuatro secciones con alrededor de 20 alumnos cada una. Melina estaba a cargo de dos secciones mientras que Lara y Adriana estaban a cargo de una sección cada una. De todos los cursos en los cuales las profesoras dan clases, primer año era el único compartido. Este es uno de los aspectos que influyó en la decisión acerca del curso.

Es importante señalar que, a pesar de que las profesoras hicieron referencia a las deficiencias de conocimiento, la falta de hábitos relativos al trabajo áulico y el ausentismo frecuente como características entre sus alumnos de primer año, consideraron que sería más sencillo trabajar con ese curso ya que *“tanto alumnos como profesoras entran sin preconcepciones de unos u otros”* (Adriana, 10 de octubre de 2008, notas de campo). En relación con lo anterior Adriana señaló la necesidad de *“estimular”* a los estudiantes. En tal contexto, las profesoras pensaron que un proyecto de modelización matemática de larga duración (se preveían 2 meses), *estimularía* a sus estudiantes a involucrarse y comprometerse con la realización de las actividades matemáticas a ser desarrolladas en grupo. Con esta decisión, parece que las profesoras enfrentarían el desafío mencionado en la literatura (Greer et al., 2007), acerca de las dificultades del trabajo con proyectos de modelización con alumnos de corta edad.

En síntesis, las razones para la decisión de trabajar con primer año se vinculan con dos aspectos, uno de índole organizativo y otro de índole pedagógico. Respecto a lo organizativo, esta decisión implicaba una optimización del tiempo de trabajo y posibilitaba el desarrollo de un trabajo colaborativo entre las profesoras a partir de un único proyecto. Pedagógicamente se esperaba una mayor inclusión de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática.

Decisión acerca del tipo de proyecto de modelización a llevar a cabo

Otra decisión importante estuvo relacionada con el tipo de proyecto de modelización matemática que las profesoras estaban dispuestas a llevar adelante. Si bien como investigadoras sugerimos plantear un proyecto compatible con el Caso 3 presentado por Barbosa (2001a), las profesoras se inclinaron por montar en aula un escenario de modelización con características similares a las descritas en el Caso 2. Lara, que también es vicedirectora de la escuela, expresó algo que resulta muy significativo para nosotros, ya que es una evidencia de la inestabilidad que el abordaje sugerido por las investigadoras podría causar entre los profesores: *“Siempre les digo a mis docentes que propongan cosas interesantes, que les den la palabra a los estudiantes. Y*

ahora yo me siento con miedo para eso” (12 de septiembre de 2008, notas de campo).

De acuerdo a nuestro análisis, la decisión de tener el control en relación a la selección del tema podría estar asociada con dos aspectos: las creencias de las profesoras acerca de la “*poca creatividad e inventiva de los alumnos*” (Lara, 12 de de septiembre de 2008, notas de campo) para enfrentar ese tipo de desafío, y las dificultades que anticipaban en relación a la gestión de la clase completa si ellas no controlaban la selección del tema. En relación al primer aspecto, hacia fines de 2008, mientras las profesoras preparaban su propuesta para el próximo año lectivo, las desafiamos con la siguiente tarea: pregunten a sus estudiantes actuales en qué temas están interesados o qué temas les preocupan. Muchas propuestas notables emergieron como respuestas de los estudiantes: drogas, alcoholismo y accidentes de tránsito, moda y discriminación, bulimia y anorexia, violencia familiar, educación vial, sistema carcelario, etc. A pesar de la creatividad y diversidad demostradas por las respuestas de los alumnos, las profesoras mantuvieron su decisión de trabajar sólo con un tema que ellas elegirían. Con esa decisión evitarían enfrentarse al desafío de lidiar con varios proyectos al mismo tiempo. Al mismo tiempo evitarían las tensiones descriptas por Oliveira & Barbosa (2009).

Finalmente el tema seleccionado por las profesoras fue “relaciones entre las medidas del cuerpo humano”, esto es, relaciones entre medidas antropométricas. Probablemente esa elección fue influenciada, en parte, por algunos de los temas que los estudiantes habían mencionado antes, por ejemplo, moda y discriminación o bulimia y anorexia. Además, Adriana, afirmó varias veces que una de las fuentes de inspiración para la decisión fue la lectura del artículo de Greer et al. (2007). Este artículo discute acerca de la modelización relacionada con cuestiones sociales. Los autores reportan acerca de un proyecto relacionado con la imagen corporal y desórdenes alimenticios, lo cual llamó la atención de las profesoras. Hubo una pregunta formulada en tal proyecto que resultó inspiradora para las profesoras: “¿Cómo luciría Barbie si tuviera la altura de una mujer promedio?” (p. 95), Entre las observaciones realizadas en ese proyecto se hacía notar que la cintura de la muñeca Barbie es tan estrecha que no podría concebir hijos.

Ellas consideraron que el tema seleccionado involucraría a los estudiantes en actividades de naturaleza crítica. Al mismo tiempo, las movilizó a buscar información en Internet y a asistir a una conferencia acerca de las deficiencias en la nutrición infantil y juvenil. De la información recogida fue de particular interés el estudio de las proporciones antropométricas en el hombre de Vitruvio. En este caso, es posible observar todas las tareas extra-matemáticas en las que se involucraron las profesoras y cómo sus creencias y preocupaciones acerca de las habilidades de sus estudiantes condicionaron sus decisiones. La necesidad de tener todo bajo control en la clase y de minimizar lo inesperado fue una preocupación central. “*Siempre tratamos de prever todo*”, decía Adriana con frecuencia. Al mismo tiempo pudimos percibir la preocupación de las profesoras con el diseño de una propuesta en la cual los estudiantes se involucraran en actividades críticas usando herramientas matemáticas.

Decisiones acerca de las actividades del proyecto de modelización para los estudiantes

Una vez que las profesoras seleccionaron el tema, comenzaron a preparar las actividades para el proyecto de modelización. En la primera versión escrita de la propuesta a la que tuvimos acceso, declaraban como objetivo: “*Que alumnos y docentes vivamos en el aula una experiencia de “Modelización como estrategia pedagógica” y todos disfrutemos con ella*” (Diciembre 2008).

Después de siete meses de trabajo en el diseño del proyecto de modelización matemática, en Agosto de 2009, fue realizada una invitación a los estudiantes mediante una carta que decía:

La invitación es concretamente a trabajar en Matemática pero... de un modo distinto, con una propuesta cuidadosamente trabajada por las profes durante mucho tiempo y pensada para ustedes.

En la misma carta, explicaban que trabajarían en grupos cooperativos de 4 ó 5 estudiantes. Las profesoras caracterizaron un trabajo cooperativo como siendo aquel:

- donde **todos** se sientan seguros y libres para hacer un trabajo creativo,
- donde **todos** opinen,
- donde **todos** se sientan responsables y comprometidos con las tareas a realizar,
- donde **todos** sean súper críticos con la forma en que hacen las cosas y con el producto final,
- donde el trabajo se haga a conciencia y con calidad pero... valorando cada segundo.

Las profesoras estructuraron su propuesta para los estudiantes en tres momentos. En el primero, titulado “*De armado de la obra de arte*”, los estudiantes debían armar una figura humana de cuerpo completo usando piezas diferentes recortadas de revistas. La figura debía satisfacer algunas condiciones:

- Que esté armada con no menos de siete piezas (brazo, mano, cabeza...)
- Que la figura sea lo más proporcionada posible.
- Que la altura total de la figura sea mayor a 20cm.
- Que las distintas partes del cuerpo se vean claramente, por ejemplo, no conviene que tenga puesto abrigo que oculte gran parte de su cuerpo, tampoco debe estar totalmente desnuda.

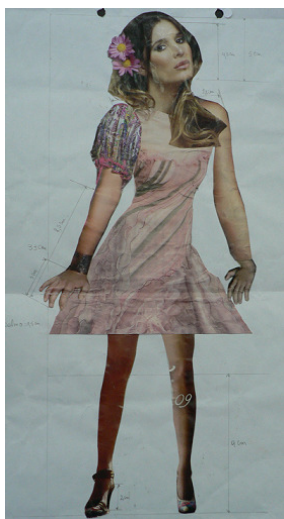


Figura 1. La figura armada por Melina.

Mientras preparaban su propuesta, previamente a la implementación en aula, cada una de las profesoras se involucró en la tarea de armado de la figura. La Figura 1 muestra la creación de Melina. Esta decisión fue muy importante, ya que pudieron reconocer y anticipar al menos algunas de las dificultades que los estudiantes enfrentarían y enunciar las condiciones para el armado de la figura. Consideramos que este tipo de decisión es otra evidencia de la necesidad de las profesoras de controlar lo inesperado ya que estarían ingresando en un escenario desconocido, en una zona de riesgo.

En el segundo momento titulado “*De crítica y valoración de la obra de arte*”, los estudiantes serían invitados a involucrarse en la crítica de las figuras creadas. En este momento habría presentaciones de cada grupo mostrando sus *obras de arte*, explicando el procedimiento seguido para armarlas, realizando críticas a sus obras y escuchando las preguntas y opiniones de la clase completa. En este caso, las profesoras anticiparon que surgirían algunas dudas acerca del significado de la condición “Que la figura sea lo más proporcionada posible”².

En el tercer momento titulado “*Problema*”, las profesoras propusieron problemas a fin de iniciar a los estudiantes en actividades de modelización matemática y también para comprender el significado de la condición previamente mencionada. En este momento se les pedía a los estudiantes proponer actividades que les permitiesen responder diferentes preguntas tales como:

² El estudio de éstas u otras dificultades anticipadas por las profesoras se realizará al analizar la fase de implementación en aula y es motivo de un trabajo en curso.

“¿Cuántas veces entra la longitud de la cabeza de una persona en la altura de esa misma persona?”, “¿Cuántas veces entra la envergadura de una persona en la altura de esa misma persona?”. Las profesoras anticiparon que los estudiantes propondrían medir las requeridas dimensiones del cuerpo. Las mediciones les ayudarían a dar respuesta a las preguntas formuladas y estas respuestas implicarían la generación de relaciones entre las longitudes de las diferentes partes del cuerpo. Las profesoras esperaban que el conjunto de tales relaciones (por ejemplo que la envergadura es casi igual a la altura) constituyera un modelo matemático que podía ser finalmente aplicado para decidir si las figuras armadas por los estudiantes eran proporcionadas o no. Al percibir que las actividades de medición podrían generar dificultades para los estudiantes, las profesoras decidieron involucrarse ellas mismas en tal proceso antes de la experiencia en clase: “La experiencia de medir fue iluminadora porque muchas cosas surgieron... uno cae en la realidad, pone los pies sobre la tierra” (Adriana en entrevista, Junio 2009). Muchos detalles deberían ser discutidos con los estudiantes: qué procedimientos seguir para hacer mediciones correctas, qué instrumentos usar, a quiénes medir, cómo organizar esa tarea, etc. Nuevamente la necesidad de reducir riesgos conduce a las profesoras a colocarse en el lugar de los estudiantes y esa actividad les permite organizar mejor el futuro trabajo a realizar en clase.

Algunas conclusiones preliminares

Acorde a lo presentado cabe señalar que si bien las profesoras tenían vasta experiencia en el diseño e implementación de propuestas didácticas innovadoras para sus estudiantes, reconocieron que el desarrollo de un proyecto de modelización en aula fue una tarea con una alta demanda en tiempo, energía y compromiso. Invirtieron varios meses preparando la propuesta y, durante una entrevista, Adriana reconoció: “No entendemos porqué el diseño de este proyecto nos está tomando tanto tiempo” (Junio de 2009). Estas palabras son evidencias de una de las características del trabajo con proyectos de modelización matemática de largo plazo: una actividad con una elevada demanda en tiempo, tanto para profesores como para estudiantes.

La necesidad de las profesoras de controlar y prever dificultades estuvo presente en cada decisión, buscando transitar por una *zona de riesgo* con un cierto confort acorde a sus preferencias y posibilidades reales. Esto también ha sido señalado por algunos de los autores ya referenciados (Blomhøj & Kjeldsen, 2006; Villarreal, Esteley & Mina, 2010; Esteley & Villarreal, 2009). En principio podría pensarse que esta necesidad de control puede actuar como una limitación para las acciones de los estudiantes, pero cabe preguntarse: ¿constituye realmente una limitación para sus estudiantes?, ¿cuál es el objetivo de ese control? Una primera respuesta apresurada a estas preguntas podría conducirnos a interpretar que las profesoras cayeron en una situación paradójica: por un lado, deseaban *estimular* a sus estudiantes pero, al mismo tiempo, limitaban su iniciativa y creatividad seleccionando un único tema para trabajar y diseñando una guía escrita con pautas estrictas a ser seguidas por los estudiantes. Sin embargo, al contrastar estas decisiones con lo observado en la fase de implementación del proyecto y con diversas interacciones sostenidas con las profesoras a posteriori de la experiencia en aula, podemos conjeturar que:

- 1) El ejercicio del control está basado en la necesidad de las profesoras de sentirse lo suficientemente confortables con su rol de gestores de las clases a fin de garantizar la inclusión de los estudiantes de *su escuela* como aprendices de matemática en escenarios de modelización.
- 2) Las decisiones estuvieron basadas en su profundo conocimiento de la institución y sus alumnos y en su práctica profesional, esto es, en su “conocimiento práctico personal”,

entendiendo, según Clandinin (1985), que el “*conocimiento práctico personal es el conocimiento que está impregnado de todas las experiencias que constituyen a una persona. Su significado es derivado de y entendido en términos de la historia de experiencias de una persona, tanto profesional como personal*” (p. 362).

Si bien el análisis de la fase de implementación nos permitirá comprender y evaluar mejor algunas decisiones de las profesoras y estudiar con mayor profundidad las conjeturas aquí enunciadas, se destaca que el proceso que involucró la aceptación de desafíos como propios y las decisiones tomadas por las docentes pusieron en juego un auténtico espacio de desarrollo profesional en el que las profesoras tomaron un especial protagonismo en relación a sus aprendizajes. Sin embargo, vale la pena destacar que tal protagonismo también implicó desafíos, decisiones y aprendizajes para las investigadoras integrantes del grupo colaborativo. Como investigadoras tuvimos que superar el desafío de aceptar que las profesoras decidieran montar en aula escenarios de modelización en los que los alumnos no elegían el tema a estudiar. Aceptar este desafío implicó para las investigadoras varias cuestiones, entre las que destacamos: 1) analizar con más detalle las propuestas de las profesoras pudiendo reconocer que las actividades formuladas por ellas permitieron que los estudiantes se involucraran en procesos de *modelización activa* según lo definen Muller & Burkhardt (2007) y que los alumnos transitaran las principales etapas del proceso de modelización matemática según lo descrito en Bassanezi (2002); 2) reconocer el armado de una figura como un proceso de modelización y 3) comprender y rever nuestras propias perspectivas sobre modelización matemática, los conocimientos, sentidos y aspectos que ponen en juego las profesoras cuando diseñan escenarios de modelización, y los roles que juegan los investigadores en grupos colaborativos.

Bibliografía y referencias

- Barbosa, J. (2001a). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In *Anais da 24 Reunião Anual da Anped*. Caxambu: ANPED. 1 CD-ROM.
- Barbosa, J. (2001b). *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores*, tesis de Doctorado de la Universidade Estadual Paulista, Brasil.
- Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. In B. Clarke, et al. (Eds.), *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics* (pp. 145-159). Sweden: National Center for Mathematics Education.
- Blomhøj, M. & Kjeldsen, T. (2006). Teaching mathematical modelling through project work. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik. The Int. Journal of Mathematics Education*, 38 (2), 163-177.
- Blum, W. (2003). ICMI Study 14: Applications and modelling in mathematics education – Discussion Document. *Educational Studies in Mathematics*, 51, 149-171.
- Blum, W.; Galbraith, P.; Henn, H. & Niss, M. (Ed.) (2007). *Modelling and Applications in Mathematics Education – The 14th ICMI Study*. New York: Springer.
- Clandinin, D. J. (1985). Personal practical knowledge: a study of teachers' classroom images. *Curriculum Inquiry*, 15 (Winter 1985), 361-385.
- Denzin, N. & Lincoln, Y. (2000). *Handbook of Qualitative Research*. California: Sage.
- Doerr, H. (2007). What knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Ed.), *Modelling and applications in*

- mathematics education* (pp. 69-78). New York: Springer.
- Esteley, C. & Villarreal, M. (2009). Desarrollo profesional de profesores de matemática. In *VI Jornadas de Investigación en Educación*. Córdoba: FFyH-UNC. 1 CD-ROM.
- Esteley, C.; Mina, M.; Cristante, A. & Marguet I. (2007). Innovación en el aula: desarrollo profesional y modelización. In R. Abrate & M. Pochulu (Eds.), *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática* (pp. 281-293). Villa María: UNVM.
- Greer, B.; Verschaffel, L. & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: mathematics and children's experience. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 89-98). New York: Springer.
- Imbernón, F. (1998). *La formación y el desarrollo profesional del profesorado*. Barcelona: Graó.
- Mina, M.; Esteley, C.; Marguet, I.; & Cristante, A. (2007). Experiencia de modelización con alumnos de 12-13 años. In R. Abrate & M. Pochulu (Eds.), *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática* (pp. 295-304). Villa María: UNVM.
- Muller, E. & Burkhardt, H. (2007). Applications and modelling for mathematics. . In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education - The 14th ICMI Study* (pp.267-274). New York: Springer.
- Niss, M.; Blum, W. & Galbraith, P. (2007). Introduction. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education - The 14th ICMI Study* (pp.3-32). New York: Springer.
- Oliveira, A. (2007). As análises dos futuros professores sobre suas primeiras experiências com modelagem matemática. In J. Barbosa, A. Caldeira, J. Araújo (Organizadores) *Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e praticas educacionais* (pp. 233-254). Biblioteca do Educador Matemático. Coleção SBEM Vol 3.
- Oliveira, A. & Barbosa, J. (2009). The teachers' tensions in mathematical modelling practice. In M. Blomhøj & S. Carreira (Eds.), *Proceedings from Topic Study Group 21 at ICME-11* (pp. 133-143). Dep. of science, systems and models, Roskilde University.
- Pentado, M. (2001). Computer-based learning environments: risks and uncertainties for teachers. *Ways of Knowing*, 1 (2), 23-35.
- Ponte, J. P. (1998). Da formação ao desenvolvimento Profissional. In *Encontro Nacional de Professores de Matemática ProfMat 98. Actas do ProfMat 98* (pp.27-44). Lisboa.
- Ponte, J. P. (2001). Investigating Mathematics and Learning to Teach Mathematics. In: F.L. Lin & T. Cooney (Eds), *Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Kluwer.
- Segal, S. & Giuliani, D. (2008). *Modelización matemática en el aula. Posibilidades y necesidades*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Skovsmose (2000). Escenarios para investigación. *Revista EMA*, 6 (1), 3-26.
- Villarreal, M., Esteley, C. & Mina, M. (2010) Interplay between modeling and information and communications technologies. *ZDM Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik. The International Journal of Mathematics Education*, 42 (3-4), 405-419.