



A mobilização de conhecimentos matemáticos no ensino de Física

Cintia Ap. Bento dos **Santos**

Universidade Cruzeiro do Sul

Brasil

cintiabento@ig.com.br

Edda **Curi**

Universidade Cruzeiro do Sul

Brasil

edda.curi@cruzeirosul.edu.br

Resumo

Este artigo apresenta um recorte de nossa pesquisa para elaboração de Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática. Nosso objetivo é apresentar como funcionam as mobilizações de conhecimentos matemáticos na resolução de tarefas de Física considerando os níveis de funcionamento do conhecimento segundo abordagem teórica da pesquisadora francesa Aline Robert. Para evidenciar o exposto trazemos a análise de três tarefas que fizeram parte de um de nossos instrumentos utilizados na pesquisa de campo, bem como uma síntese explicitando o que Robert entende por níveis de funcionamento do conhecimento. Ao final apresentamos algumas considerações que apontam para as dificuldades que alunos podem ter no momento da resolução de tarefas de Física que de certa forma associam-se ao seu nível de dificuldade.

Palavras chave: ensino de Física, mobilização de conhecimento, níveis de conhecimento.

Introdução

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa desenvolvida para elaboração de tese de doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, em que tínhamos como questão central estudar as potencialidades e limitações que o domínio matemático gera no ensino de Física. Nossa fundamentação teórica se apoiou em autores da Didática Francesa, que nos possibilitou a visão das dificuldades presentes em tarefas de Física e possíveis indicativos de porque algumas tarefas podem parecer mais simples quanto sua resolução para os estudantes e outras não. Verificamos

que o grau de dificuldade de tais tarefas pode estar associada a necessidade de mobilização de conteúdos matemáticos e que nem sempre os alunos possuem estas noções de forma disponível.

Inicialmente nossa pesquisa nasceu de questionamentos e reflexões sobre a seguinte pergunta: “Por que a Física se configura, para os alunos, como uma disciplina de grande dificuldade, em que os conhecimentos aprendidos nas aulas de Matemática parecem não fazer conexão para a resolução de tarefas, quando solicitados?”.

Em alguns casos, quando um aluno não resolve um exercício de Física, não podemos afirmar apenas que não tem conhecimentos matemáticos suficientes; que tem dificuldades na interpretação do enunciado; ou que não aprendeu nada de Matemática nas séries anteriores. O problema parece bem mais amplo e envolve uma série de aspectos não somente relacionados aos conteúdos matemáticos, mas também didáticos, relativos a um determinado conhecimento de conteúdo.

Para verificar estas considerações nossos instrumentos de pesquisa foram elaborados a luz do referencial teórico da didática francesa e nossa pesquisa de campo se deu com alunos do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade privada da cidade de São Paulo. A pesquisa de campo foi realizada durante um curso intitulado de “Didática e Metodologia do Ensino de Física”. Foram trabalhados com os alunos alguns aspectos de teorias da Didática da Matemática e foram aplicados 5 instrumentos de pesquisa que elaboramos.

Neste artigo iremos apresentar a análise de parte de um de nossos instrumentos de pesquisa intitulado “Análise de tarefas em relação aos níveis de dificuldade quanto a resolução”. Este instrumento foi elaborado com seis tarefas de Física, com base na abordagem teórica da pesquisadora francesa Aline Robert sobre os níveis de mobilização do conhecimento esperados dos educandos. Nosso objetivo era verificar se os alunos percebiam o grau de dificuldade das tarefas e, ao pedirmos, na comanda inicial, para que justificassem seus procedimentos para resolução, tínhamos como ideia despertar para questões relativas à mobilização dos conhecimentos necessários em cada tarefa.

A intenção deste instrumento foi verificar como os alunos se comportam diante de uma análise didática de tarefas de Física que exigem mobilizações diferentes de conteúdos matemáticos.

Para melhor esclarecer nossa análise em relação a abordagem teórica utilizada – níveis de funcionamento do conhecimento – passamos no próximo tópico a apresentar uma síntese do que Robert (1998) considera sobre os níveis de conhecimento.

Síntese sobre os níveis de funcionamento do conhecimento esperados dos educandos

Aline Robert (1998), em seu artigo “Outils d’analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée à l’université”, publicado em *Recherches en Didactique des Mathématiques*, apresenta ferramentas de análise de noções matemáticas para ensinar no Ensino Médio e na universidade, levando em consideração a especificidade e a complexidade de cada nível com que se relacionam os programas de ensino; as expectativas institucionais; e as hipóteses sobre o ensino e a aprendizagem que se admitem ou que se quer colocar em jogo.

A pesquisadora apresenta os níveis de funcionamento dos conhecimentos dos alunos como um “salto” em relação aos conhecimentos anteriores dos estudantes, pois os níveis representam uma forma de evidenciar o quanto os educandos podem ter aprendido em termos de mobilização de conhecimentos.

Robert (1998) classifica o funcionamento dos conhecimentos esperados pelos alunos em três níveis: técnico, mobilizável e disponível. E, conforme foi salientado, a pesquisadora considera que esta dimensão representa o momento em que o aluno pode dar um “salto” em relação aos conhecimentos. Entendemos aqui uma forma eficaz para o professor definir o grau de dificuldade dos alunos em relação a determinadas tarefas, considerando, ainda, a visibilidade do fato de alunos mobilizarem ou não conhecimentos anteriormente aprendidos.

Os níveis de funcionamento dos conhecimentos dos alunos são abordados por Robert (1998) como características do funcionamento das noções matemáticas que assumem um papel de ferramenta, termo este que a autora considera como um instrumento de análise; e, segundo ela, para a passagem entre estes níveis, é necessário considerar as mudanças de quadro¹, de registros de representação semiótica² e de ponto de vista³.

O nível técnico corresponde às mobilizações indicadas, isoladas, que explicitam aplicações imediatas de teoremas, propriedades, definições, fórmulas etc. Trata-se, então, de contextualizações simples, locais, sem etapas, sem trabalho preliminar de reconhecimento, sem adaptações. Para a autora, este nível refere-se mais ao funcionamento de ferramentas do que à compreensão de definições. Ela salienta ainda que avaliações realizadas no Ensino Médio público na França mostram com clareza o caráter frágil que esses conhecimentos podem ter, pois os alunos não conseguem mais mobilizar, se forem mudados, por exemplo, detalhes do enunciado ou se alguma adaptação se fizer necessária ao funcionamento.

O nível de conhecimento mobilizável corresponde a funcionamentos mais amplos, ainda indicados, mas que não são a simples aplicação de uma propriedade. Isso pode ocorrer porque é necessário adaptar seus conhecimentos para aplicar o teorema adequado ou mudar de ponto de vista ou de quadro (com indicações); ou porque é necessário aplicar, várias vezes seguidas, o mesmo conhecimento ou utilizar vários conhecimentos diferentes, em etapas sucessivas. Ou, ainda, porque é necessário articular duas informações de naturezas diferentes. Para a autora, esse nível testa um funcionamento em que existe um princípio de justaposição de saberes em um dado domínio e, mesmo, de organização. Não há somente aplicação simples: as características ferramenta e objeto⁴ podem ser relacionadas. Mas o que está em jogo é explícito, ou seja, um saber é dito mobilizável quando está bem identificado e é bem utilizado pelo aluno.

Já o nível de conhecimento disponível corresponde ao fato de o aluno saber resolver o que está proposto sem indicações; de procurar em seus próprios conhecimentos o que pode intervir na solução. A pesquisadora cita, como exemplo, o fato de o aluno poder fornecer contraexemplos

¹ Quadro: Constituído de objetos de um ramo das matemáticas, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais associadas a esses objetos e essas relações. Essas imagens têm um papel essencial e funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. Dois quadros podem conter os mesmos objetos e diferir pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas (DOUADY, 1992, p.135).

² Registros de representação semiótica: Representações matemáticas referentes a um sistema de significação. (DUVAL, 1993)

³ Pontos de vista: Robert (1998) fala de “ponto de vista” para designar uma maneira de entrar em uma questão ou de modificar esta entrada, porém menciona que autores como Rogalski utilizam também a palavra “mudança de ponto de vista”, para designar uma modificação do ponto de vista matemático adotado para tratar uma questão, se há a escolha.

⁴ Ferramenta e objeto: Referência aos trabalhos de Douady (1986) em que a pesquisadora considera que os conceitos matemáticos têm dois aspectos: a ferramenta e o objeto; são ferramentas, porque são usados para resolver problemas e são objetos, porque fazem parte de um corpo de conhecimento constituído.

(encontrar ou inventar), mudar de quadros sem sugestão (relacionar), aplicar métodos não previstos. E conclui que estes são comportamentos que se esperam neste nível que, para Robert (1998), está ligado a uma familiaridade importante com situações de referências diferentes: o estudante sabe que as conhece e, dessa forma, possui organização para dispor delas.

Robert (1998) ressalta que o objetivo de tais pesquisas sobre as ferramentas de análise é que pesquisadores estejam mais bem instrumentados para fazer observações minuciosas, adaptadas às especificidades da complexidade de conteúdos desses níveis, podendo ser úteis para fins de avaliação, diagnóstico ou elaboração de sequências e cenários⁵.

Essa organização de conhecimentos evoca vários elementos, diversas categorizações e, sobretudo, tudo o que pode ajudar na explicitação de relações ou de articulações entre noções, entre quadros, entre registros, entre ferramentas e objetos.

Segundo Robert (1998), ao utilizar os estudos de Doaudy e Duval, é possível distinguir a relação presente em cada um dos níveis de mobilização do conhecimento. Assim, embora a pesquisadora não compare essas noções, parece-nos evidente a relação que a pesquisadora estabelece entre quadros e registros para o desenvolvimento cognitivo, evidenciando a importância destes como instrumentos de análise que podem ser úteis aos professores. Robert (1998) considera que o trabalho sobre o estatuto matemático dos conceitos visados, apoiado em uma análise de quadros e registros, contribui para a introdução, em sala de aula, de novas noções matemáticas para os alunos. Ou seja, é uma forma eficaz de articular o conhecimento novo com o antigo.

Com base nas considerações apresentadas, parece evidente que a abordagem teórica de Aline Robert possibilita a construção de análises que podem, de fato, verificar os níveis de funcionamento dos conhecimentos dos educandos. Além disso, tal abordagem pode revelar a forma como conteúdos novos entram em contato com o que já foi aprendido e se este conhecimento, por sua vez, torna-se disponível e suscetível de mobilização por parte dos educandos em situações futuras, quando a noção em jogo já não é explícita.

Análise das tarefas quanto aos níveis de conhecimento

Conforme mencionamos anteriormente as análises das tarefas que passaremos a apresentar fazem parte de um instrumento de pesquisa que foi elaborado com seis tarefas para as quais nos embasamos na abordagem teórica de Robert (1998) sobre os níveis de funcionamento do conhecimento. Aqui apresentaremos a análise de três tarefas, em que cada uma delas se relaciona a um nível de mobilização do conhecimento conforme apresentado por Robert (1998). Maiores detalhes sobre esta pesquisa e suas respectivas análises podem ser verificados em Santos (2010).

A tarefa 1, apresentada na Figura 1, está associada ao nível mobilizável, porque, apesar de fornecer todos os dados e deixar explícito que há necessidade de utilizar a fórmula da aceleração, o aluno precisa fazer uma pequena adaptação, pois a grandeza a ser calculada não é a aceleração, que se obtém imediatamente com a utilização da fórmula com a incógnita no primeiro membro, e, sim, a velocidade inicial, que é uma grandeza presente no segundo membro da fórmula.

5 Cenários: Para Robert (1998), os cenários são aqueles que mantêm relação direta com o plano do conteúdo, público e instituição.

1. Um trenó tem velocidade v_0 no instante 4s e velocidade 15m/s no instante 9s. Sabendo que a aceleração média no intervalo de 4s a 9s foi de 2m/s^2 , calcule v_0 .

Figura 1- Comanda da tarefa 1 do instrumento 4 Fonte: Bonjorno et al., 2001, p.33

Nossa hipótese era de que os alunos observariam que, apesar da utilização imediata da fórmula, ocorre uma pequena adaptação e, se o bimestre todo um professor trabalha com esta fórmula para que os alunos calculem a aceleração e, em uma avaliação, solicita o cálculo de qualquer outra grandeza física que não seja aceleração envolvida na fórmula, esta pode não ser uma adaptação tão simples para alunos, como pode parecer aos professores.

Esta foi uma tarefa em que a maioria dos participantes obteve êxito, porém grande parte dos alunos relatou em suas respostas que o fato de a grandeza a ser calculada estar no segundo membro geram certa confusão, o que nos leva a entender que, quando o aluno necessita realizar alguma adaptação na tarefa a ser resolvida, começam a surgir dificuldades que levam, algumas vezes, a uma resposta errada na tarefa proposta.

Para Robert (1998), em uma situação como esta, o que está em jogo é explícito, ou seja, um saber é dito mobilizável se, quando está bem identificado, é bem utilizado pelo aluno, mesmo se houve lugar para adaptar-se ao contexto particular.

Porém alguns alunos consideraram esta tarefa como uma aplicação imediata de fórmulas, quando, na verdade, isso não ocorre, devido à adaptação e ao reconhecimento da variável a ser calculada.

$t_0 = 4\text{s}$ $v_0 = ?$
 $t = 9\text{s}$ $v = 15\text{m/s}$
 $a = 2\text{m/s}^2$

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow 2 = \frac{15 - v_0}{9 - 4}$$

$$2 = \frac{15 - v_0}{5}$$

$$10 = 15 - v_0$$

$$v_0 = 5\text{m/s}$$

O exercício não apresenta muitas dificuldades pois é apenas aplicação direta da fórmula.
Grau de dificuldade: pequena

Figura 2- Protocolo da tarefa 1 do A002

Conforme o protocolo do aluno 002, apresentado na Figura 2, podemos verificar que este aluno não reconhece a dificuldade real desta tarefa e a considera como uma aplicação imediata de fórmula.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \Rightarrow 2 = \frac{15 - v_0}{9 - 4} \Rightarrow 2 = \frac{15 - v_0}{5} \Rightarrow 10 = 15 - v_0 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

Não teve muita dificuldade na resolução porém p/ um aluno acredito que pode haver uma confusão quanto ao enunciado, onde se informam os mesmos intervalos duas vezes. E também podem ter dificuldade p/ calcular o v_0 , pois está no meio da questão, e acabam tentando resolver a aceleração, por vício

Figura 3- Protocolo da tarefa 1 do A004

Em relação ao protocolo do aluno 004, representado na Figura 3, podemos perceber que este compreende que a dificuldade desta questão pode estar associada ao fato de a grandeza física solicitada não estar no primeiro membro, e, sim, no segundo, o que gera certa confusão.

Os demais alunos relataram em suas respostas que uma das maiores dificuldades foi decidir sobre a fórmula correta a ser utilizada. Esta dificuldade nos remete ao problema que os alunos encontram ao partir de um registro na língua natural e passar ao registro algébrico, pois é necessário que verifiquem as grandezas físicas presentes no enunciado, a fim de utilizar a fórmula correta. Neste caso, a fórmula da aceleração funciona como uma ferramenta explícita, uma vez que os alunos devem fazer uso intencional dela.

Podemos dizer que a tarefa 2, apresentada na Figura 4, é uma tarefa de nível disponível. Os dados são fornecidos, mas o aluno deve buscar a fórmula mais adequada para resolução do problema e lembrar, ainda, de questões conceituais: para que ocorra o instante de encontro, é necessário construir a função horária do deslocamento de cada móvel e fazer sua igualdade.

2. Dois corredores partem, em sentidos opostos e no mesmo instante, dos extremos de uma pista retilínea de 600m de comprimento. Sabendo que suas velocidades são iguais a 8,5m/s e 6,5m/s, calcule depois de quanto tempo a distância entre eles é de 450m.

Figura 4- Comanda da tarefa 2 do instrumento 4 Fonte: Bonjorno et al., 2001, p. 26

Esta pode parecer uma questão simples, quando se está na sala de aula, tratando especificamente deste assunto, mas, por nossa própria prática, sabemos que, quando os alunos não são avisados do conteúdo tratado, as situações apresentam dificuldades quanto a seu reconhecimento. Nossa hipótese para esta questão era de que os alunos apresentariam mais dificuldade para escolher a fórmula correta a ser utilizada, pois, normalmente, quando se estuda esse tipo de situação, não se faz uma abordagem do significado das grandezas físicas envolvidas, e isso dificulta a articulação da resolução da tarefa com o conteúdo de funções.

de 600m de comprimento. Sabendo que suas velocidades são iguais a 8,5m/s e 6,5m/s, calcule depois de quanto tempo a distância entre eles é de 450m.

$A = V = 8,5 \text{ m/s}$ $B = V = 6,5 \text{ m/s}$

(A) $S = S_0 + V \cdot t$
 $S = 0 + 8,5t$

(B) $S = 600 - 6,5t$

$$(600 - 6,5t) - (8,5t) = 450$$

$$-15t = -150$$

$$t = \frac{-150}{-15}$$

$$t = 10 \text{ s}$$

O exercício é complicado na hora de perceber que a diferença entre os movimentos é igual a 450. E não a soma deles.

Figura 5- Protocolo da tarefa 2 do A008

quanto tempo a distância entre eles é de 450m.

8,5m/s 6,5m/s

$S = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$S = S_0 + V \cdot t$
 $S = 0 + 8,5t$
 $S = 8,5t$

$S = 600 - 6,5t$

$$(600 - 6,5t) - (8,5t) = 450$$

$$600 - 15t = 450$$

$$-15t = 450 - 600$$

$$-15t = -150$$

$$t = 10 \text{ s}$$

Dificuldade: Grande
 Ficou difícil compreender que era preciso realizar a diferença entre as funções para encontrar o resultado.

Figura 6 - Protocolo da tarefa 2 do A010

Nos protocolos dos alunos 008 e 010, nas Figuras 5 e 6, podemos notar que, apesar de ambos terem acertado a questão, descrevem que sentiram dificuldades ao resolvê-la, pois, para eles, é necessário compreender o enunciado e verificar a fórmula correta a ser utilizada. Na verdade, esta dificuldade traduz-se na mobilização de conteúdos matemáticos, o que torna a tarefa menos acessível aos alunos.

Robert (1998) ressalta que, para este nível, o aluno deve trabalhar sem indicação do professor, ou seja, ele deve buscar em seus conhecimentos aprendidos anteriormente uma forma de resolução para a tarefa.

Para a questão 3, apresentada na Figura 8, a resolução da tarefa dependia apenas de um simples desenvolvimento da equação fornecida; ou seja, os alunos precisavam apenas substituir

na fórmula as grandezas físicas pelos valores fornecidos. Esta tarefa está associada ao nível técnico, uma vez que sua resolução parte de um processo imediato, sem maiores mobilizações de conteúdos.

3. A função da velocidade de um móvel em movimento retilíneo é dada por $v=50+4t$ (no SI).
- Qual a velocidade inicial e a aceleração do móvel?
 - Qual a velocidade do móvel no instante 5s?
 - Em que instante a velocidade do móvel é igual a 100m/s?

Figura 7- Comanda da tarefa 3 do instrumento 4 Fonte: Bonjorno et al., 2001, p. 35

Nossa hipótese era de que, nesta questão, os alunos revelariam menor dificuldade, uma vez que a noção solicitada é explícita e não há necessidade de utilizar maiores recursos.

Notamos, em relação às análises, que esta tarefa teve pequeno índice de erros, pois, como os alunos reconheceram, ela depende apenas da aplicação imediata de fórmula, a qual, inclusive, já é fornecida.

Para Robert (1998), o nível técnico, muitas vezes, é tomado como a “lógica do sucesso”, porém ele não deve estar associado à “lógica da aprendizagem”, uma vez que a aprendizagem, para a autora, significa mobilizar vários conhecimentos ao mesmo tempo.

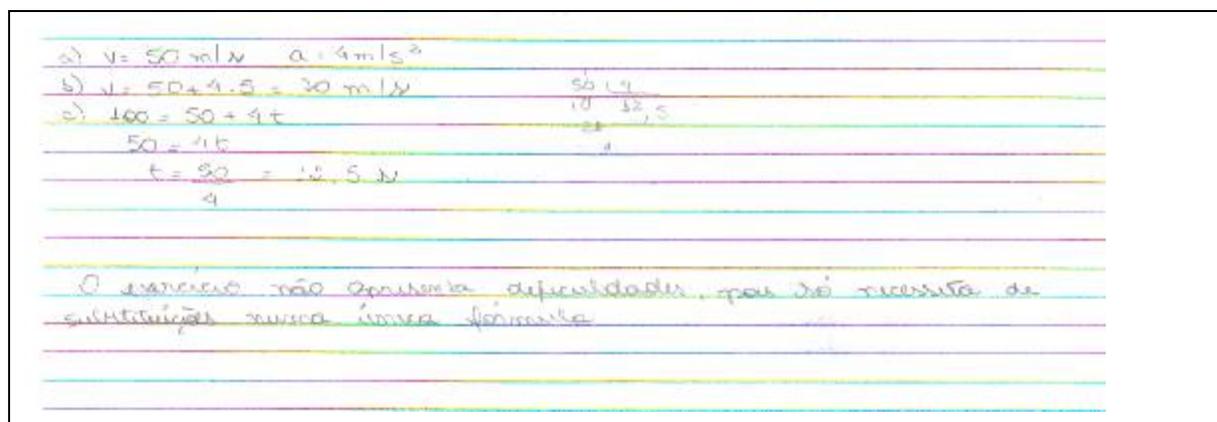


Figura 8- Protocolo da tarefa 3 do A002

O protocolo do aluno 002, na Figura 8, é semelhante aos dos demais alunos. Verificamos que as dificuldades dos alunos diante dessa tarefa de nível técnico são bem pequenas. Isso se explica porque, além de o nível técnico ser normalmente o mais trabalhado em sala de aula no Ensino Médio, durante as aulas de Física, ele ainda não exige mobilização de conteúdos por parte dos alunos, e a resolução decorre apenas de simples aplicação de fórmulas.

Considerações finais

Quanto a abordagem teórica utilizada neste instrumento ficou claro para nós que Robert (1998) evidencia uma ferramenta de análise em relação às dificuldades, quando propõe os três

níveis de mobilização do conhecimento matemático (técnico, mobilizável e disponível), porém a própria pesquisadora indica que o reconhecimento da dificuldade de cada um desses níveis encontra-se relacionado à diversidade de registros semióticos e à mudança de quadros. Assim entendemos que este é um ponto em que podem ser trabalhadas as dificuldades dos alunos quanto ao ensino de determinadas tarefas de Física.

Os diversos problemas que se encontram na disciplina de Física, em relação à resolução de tarefas, quando não são pertinentes a aspectos conceituais, acabam sendo atribuídos ao campo da Matemática. Robert (1998) pontua que professores esperam que alunos organizem seus conhecimentos e os trabalhem com determinada flexibilidade, porém se esquecem de levar em consideração aspectos específicos dessa flexibilidade, como por exemplo, os registros semióticos.

Com base nestas considerações, parecem-nos evidentes as contribuições de teorias didáticas para o ensino da Física; e, talvez, estas não sejam importantes para conhecimento apenas por professores da área específica de Matemática que acabam por ministrar a disciplina de Física, mas para conhecimento, inclusive, por professores da área específica de Física.

Quando nos pautamos nos níveis de mobilização do conhecimento esperados dos educandos, podemos compreender por que alunos resolvem com mais facilidade tarefas de Física em que precisam apenas fazer uso imediato de uma fórmula e não resolvem tarefas em que a noção matemática não é explícita e exige a mobilização de conhecimentos anteriores. Neste ponto, entendemos que o fato é que não cabe justificar que o aluno não aprendeu determinada noção matemática — ele simplesmente não a tem disponível para realizar determinada tarefa, porque não consegue reconhecê-la ou representá-la em um registro diferente; ou, ainda, a mudança de quadro exigida não pode ser entendida por ele, o que envolve, de certa forma, as noções de ferramenta implícita e explícita.

A análise dos protocolos dos alunos quanto as tarefas deste instrumento nos possibilitou perceber como os alunos se comportam diante de tarefas de resolução imediata; de outras que necessitam de pequenas adaptações; e daquelas que têm suas noções implícitas e necessitam de maior mobilização de conteúdos. Com base nas análises, ficou evidente que os alunos apresentam maior êxito nas tarefas de nível técnico e mobilizável, revelando dificuldade para a resolução das tarefas de nível disponível. Percebemos que a abordagem teórica que se fez durante o curso possibilitou aos alunos a visibilidade das dificuldades que envolviam as tarefas propostas.

Observamos que o nível de mobilização do conhecimento a que está associada uma tarefa colabora muito para o êxito da resolução. Os alunos demonstraram ter mais facilidade em resolver tarefas associadas ao nível técnico, que exige apenas aplicação imediata de fórmulas, e revelaram confundir-se, ao resolver tarefas associadas aos níveis mobilizável e disponível. Assim, pensamos que esta dificuldade se deva ao fato de os conhecimentos dos alunos terem sido feitos de forma fragmentada durante o Ensino Médio, o que gera, no Ensino Superior, o não reconhecimento das noções que estão sendo trabalhadas.

Com base nas considerações apresentadas entendemos que muitas vezes alunos apresentam dificuldades em determinadas tarefas de Física, não porque não conhecem determinadas noções matemáticas e sim porque não as possuem de forma disponível, ou seja, prontas para serem mobilizadas e articuladas na resolução de tarefas. Fica evidente inclusive que em alguns momentos a memorização de fórmulas pode garantir ao aluno um sucesso imediato na resolução

de determinadas tarefas, porém não aponta para o êxito em na resolução de tarefas futuras em que a noção em jogo é explícita.

Referências

- Bonjorno, R. A. et al. (2001). *Física completa*. Volume único: ensino médio. 2 ed. São Paulo: FTD.
- Douady, R. (1986). Jeux des cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. La Pensée Sauvage, v. 7, n.2, p. 5-31.
- _____. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM*, n. 6, p. 132- 158, jan.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives*, v. 5, p. 37-65.
- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée à l'université *Recherches em didactique des Mathématiques*, France, v. 18, n. 2, p. 139-190.
- Santos, C. A. B. (2010). *O ensino da Física na formação do professor de Matemática*. 2010, 189 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática)-Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.