XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
CIAEM 2011
26 - 30 Junho, 2011
Recife, Brasil
50 anos do Comitê Interamericano de Educação Matemática

O ensino de transformações lineares com o auxílio do Cabri

Paulo Jorge **Magalhães** Teixeira
UNIBAN Brasil, Universidade Federal Fluminense, Colégio Pedro II
Brasil
e-mail: pjuff@yahoo.com.br
Allana **Sthel** Santos de Oliveira
Universidade Federal Fluminense
Brasil
e-mail: allanasthel@id.uff.br
Átila Arueira **Jones**
Universidade Federal Fluminense
Brasil
atilajones@id.uff.br

Resumo

Esta oficina tem como objetivo discutir entre professores acadêmicos e pesquisadores da área de Educação Matemática as vantagens e possibilidades inovadoras da utilização da informática no contexto da sala de aula, em particular no ensino de Transformações Lineares do plano no plano com a utilização do software Cabri Géomètre 2D. O computador será utilizado pelos próprios palestrantes na apresentação do software, e também pelos ouvintes que resolverão atividades propostas durante a oficina. Serão apresentados diferentes recursos do software que, quando utilizados, podem tornar o aprendizado mais atraente e eficiente.

Palavras chave: didática, Transformações Lineares, *Cabri Géomètre 2D*, formação de professores, ensino, aprendizagem.

Motivação

A informática está cada dia mais presente na vida das pessoas: nos escritórios, nas lojas, nas casas. A sala de aula também deve ser um ambiente em que a tecnologia habite, favorecendo a aprendizagem participativa e atuante por parte dos alunos e professores. Várias disciplinas podem se tornar mais dinâmicas se apresentadas com o auxílio do computador. Não cabe mais, quando possível, a aula ser apresentada unicamente com o uso conjunto do livro didático e a apresentação dos conteúdos no quadro de giz e fichas de atividades. A construção de objetos geométricos no computador oferece uma nova dimensão, comparada com a realização de exercícios usando os métodos tradicionais com lápis, papel, régua e compasso. É bastante interessante o desenvolvimento de conteúdos de matemática com o auxílio de novas tecnologias permitindo aos professores trazerem para a sala de aula novas concepções de aprendizagem.

Introdução

As Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), em particular a tecnologia informática, podem ser excelentes aliados do professor em sala de aula ou fora dela e se tornarem valiosos recursos didáticos se forem adequadamente selecionadas e utilizadas. A familiarização e a utilização do computador para atividades com softwares educacionais e da internet como instrumento valioso de pesquisa, como recursos didáticos, são habilidades desejáveis a todos os professores, podendo e devendo ser desenvolvidas independentemente de sua área de atuação e do nível de ensino ou treinamento a que se propõe. Todavia, o uso de recursos computacionais em sala de aula requer alguns cuidados especiais, tais como: o conhecimento em profundidade dos recursos disponibilizados pelo software a ser trabalhado e o adequado planejamento do desenvolvimento das aulas, para a correta utilização dos recursos de forma gradual e compatível com o desenvolvimento das etapas de aprendizagem, permitindo alcançar a contextualização em diferentes campos de atuação e do conhecimento.

Para os processos de ensino e aprendizagem em matemática, as mídias digitais e a tecnologia informática podem oferecer grandes contribuições, na medida em que: reforçam o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação; permitem criar um ambiente interativo que propicie a construção de conceitos e permitem a manipulação simbólica.

Nesta oficina propõe-se algumas atividades que são desenvolvidas como uma formação continuada para professores no exercício de sua prática pedagógica, para alunos de cursos de licenciatura em matemática ou graduação em pedagogia e para alunos de ensino médio. Serão desenvolvidas atividades relacionadas ao estudo e aplicações das transformações lineares, um tópico fundamental da Álgebra Linear, utilizando o software educacional Cabri-Géomètre 2D. Entendemos que é fundamental a formação e a preparação de professores que atuam ou atuarão na Escola Básica para o bom uso de diferentes tecnologias e material didático instrucional que ofereça a estes ricas experiências de aprendizagem, com idênticas características daquelas que poderão vir a proporcionar a seus alunos.

As tecnologias digitais na formação e na ação do professor

O mundo está em constante transformação, o que afeta, de modo especial e importante os novos caminhos a serem trilhados para a área da educação. Nessa perspectiva, o uso do computador na Educação Matemática, deve, para Cláudio e Cunha (2001, p.68) "ser a essência do conhecimento efetivo numa sociedade baseada na informação", e na qual se assegure que o processo de ensino e aprendizagem de matemática não se restrinja a um pequeno grupo de problemas ideais, mas também a diferentes situações reais. Acreditamos que para se obter resultados satisfatórios no processo de ensino e aprendizagem é preciso despertar o interesse dos alunos no sentido de que tentem entender o que está sendo trabalhado, de que reflitam sobre o que eles estão fazendo para que pesquisem com curiosidade e determinação acerca do assunto em questão, de modo a desenvolver o raciocínio crítico, a capacidade de argumentação e a aquisição de habilidades e competências que o levem a aumentar seus conhecimentos históricos, teóricos e práticos.

Nesse contexto, os educadores são convidados a aceitar a realidade de que, se a informática faz parte do cotidiano do cidadão do século XXI, então é preciso buscar obter opinião própria e fundamentada a partir de leituras que abordam o uso do computador nas aulas e da vivência desse recurso nas suas próprias aulas.

De certa forma devem ser repensados os mecanismos e os conhecimentos necessários para aqueles que irão utilizar-se do computador em sua prática pedagógica, por todos os envolvidos em educação e, em particular, aqueles diretamente ligados à formação de professores de matemática. Segundo Almeida (2000, p.110), "a formação desse professor em tecnologias informáticas deve ser um processo que o prepare para incitar seus educandos para: aprender a aprender; ter autonomia para solucionar as informações pertinentes à sua ação; refletir sobre uma situação-problema e escolher a alternativas adequadas de atuação para resolvê-la; refletir sobre os resultados obtidos e depurar seus procedimentos, reformulando suas ações, além de buscar compreender os conceitos envolvidos ou levantar hipóteses".

Portanto, faz-se necessário que na formação do professor este seja levado a refletir a respeito das diferentes concepções sobre o uso do computador nos processos de ensino e aprendizagem como transmissor de conhecimentos ou como ferramenta auxiliar do aluno na construção do seu próprio conhecimento. Também devem ser analisados pelo professor os limites e as potencialidades de seu uso para que ele possa, assim, tomar decisões em relação às diferentes formas e objetivos de utilizar essa importante tecnologia para o melhor desenvolvimento dos processos ensino e aprendizagem, razão maior de suas preocupações enquanto educador.

Especificamente na área de matemática, um dos maiores desafios para o professor se constitui em fazer seus alunos gostarem desta ciência tão necessária em qualquer atividade humana. O ensino da matemática elementar tradicionalmente se utiliza de recursos didáticos pouco variados que se limitam ao livro texto de matemática, a listas de exercícios e à realização de trabalhos. Não há dúvidas de que cada uma destas atitudes didáticas ajuda na aprendizagem da matemática, mas o uso da informática nas aulas em que os alunos estão diretamente afetados pela globalização provoca um maior entusiasmo para a aprendizagem, uma vez que aulas estarão mais próximas do seu cotidiano.

O software Cabri-Géomètre 2D no estudo de Transformações Lineares

Jean-Marie Laborde e Franck Bellemain desenvolveram o Cabri Géomètre II no Institut d'Informatique et Mathématiques Appliquées de Grenoble (IMAG), um laboratório de pesquisa da Université Joseph Fourier em Grenoble, França, em cooperação com o Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) e a Texas Instruments. O pai do Cabri Géomètre , Jean-Marie, começou o projeto em 1985 de forma a tornar mais fácil e atraente o ensino da geometria.

Atualmente o Cabri Géomètre (ou simplesmente Cabri) é um software dinâmico freqüentemente utilizado em pesquisas sobre o ensino de matemática. É uma poderosa ferramenta para o estudo de geometria e da álgebra linear pois permite criar e explorar figuras geométricas de forma interativa através da construção de pontos, retas, vetores, triângulos, polígonos, círculos e outros objetos como funções e transformações lineares. Trata-se de um programa gráfico de propósito geral e que permite explorar transformações de simetria, translação e rotação, através de diversos tipos de ferramentas.

Com o Cabri as aulas tornam-se mais dinâmicas e produtivas, fazendo com que os objetivos educacionais possam ser atingidos de modo mais amplo que aquele sem o seu uso. Ele contribui para despertar o interesse do usuário, promovendo a aprendizagem e favorecendo a construção dos saberes evitando, assim, a simples memorização. Esses são os motivos pelos quais optou-se por desenvolver, com os professores, um trabalho que integre parte da modelagem matemática e este programa.

Objetivos e Metodologias adotados quando da utilização em oficinas

1 Objetivos gerais

Dentre os objetivos gerais para o desenvolvimento numa oficina, pode-se destacar:

- Desenvolver atividades utilizando o software *Cabri;*
- Explorar os diferentes comandos do software *Cabri;*
- Verificar a aplicabilidade do software com o seu uso em diferentes atividades envolvendo alguns conteúdos do Ensino Médio e Superior, bem como a possibilidade do seu uso integrado, não apenas no aspecto exploratório;
- Refletir e discutir sobre as potencialidades do *Cabri* e de atividades investigativas para a aula de Matemática buscando a adaptação e elaboração de atividades em harmonia com o conhecimento matemático dos alunos, além de despertar a reflexão sobre a própria prática profissional.

2 Metodologia que será utilizada

Em tese, a oficina terá três momentos:

Primeiro momento.

Inicialmente, nas oficinas pedagógicas, são realizadas atividades de reconhecimento do software. A seguir, são realizadas atividades visando à construção de conhecimentos matemáticos. O objetivo é permitir que os professores, licenciandos e outros participantes conheçam o software e suas reais possibilidades de uso em situações de aprendizagem semelhantes àquelas que vivenciará com seus alunos.

Segundo momento.

Atividades com a utilização do software Cabri visando a introdução dos principais comandos, a discussão a respeito de noções intuitivas de transformações lineares, além da aplicação de algumas atividades.

Terceiro momento.

O próximo passo será discutir esses temas com a literatura disponível e do nosso conhecimento, a fim de construir pistas norteadoras para uma pesquisa mais abrangente em Educação Matemática acerca das tecnologias disponíveis para uso pelos professores e alunos e a melhoria da formação de professores que ensinam matemática.

Considerações finais

Com esse trabalho, que integra Tecnologias Informáticas e Matemática, espera-se que o processo de inserção dos recursos tecnológicos nas escolas passe por mecanismos e dinâmicas de mudanças que abrangem a prática do professor e sua proposta pedagógica quando desenvolve sua prática também em ambientes informatizados. Esses momentos da experiência com as atividades e a interação com o software possibilitam o surgimento de profissionais críticos e criativos, capazes de, através do uso de tecnologias diferenciadas, abordarem diferentes conceitos que utilizem a experimentação e a investigação, contribuindo para as mais variadas representações e reflexões no dia a dia da sala de aula de matemática.

Esperamos que este trabalho possa contribuir para uma análise crítica do uso de recursos da tecnologia em aulas de matemática e para o desenvolvimento da área de pesquisa em Álgebra Linear, em especial na área de formação de professores, com suas considerações sobre as potencialidades dos trabalhos em grupos de estudos, da utilização da informática na educação e do uso de abordagens investigativas nas aulas de matemática.

Referências

Almeida, F. J. de, & Fonseca Júnior, F. M. (2000). *Aprendendo com Projetos*. In: BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Proinfo: projetos e ambientes inovadores. Brasília: MEC, SEED 96

Alro, H., & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática. Coleção Tendências em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica

Alves-Mazzotti, A. J., & Gewandsznadjder, F. (1998). *O Método nas Ciências Naturais e Sociais: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa.* São Paulo: Pioneira.

Aranha, M. L. A. (1996). *Filosofia da Educação, 2ª ed. revista e ampliada*. São Paulo: Editora Moderna.

Benedetti, F. C. (2003). *Funções, software gráfico e coletivos pensantes*. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista, São Paulo, Rio Claro.

Borba, M. C., & Penteado, M. G. (2001). *Informática e Educação Matemática. Coleção Tendências em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica

Cláudio, D. M., & Cunha, M. L. da. (2001). *As novas tecnologias na formação de professores de matemática.* Porto Alegre: EDIPUCRS

Estabelece as diretrizes Curriculares para os Cursos de Matemática. (2003). Ministério da Educação e do Desporto. Conselho Nacional de Educação. Resolução n. 03,. *Diário Oficial da União*, Brasília, Seção 1, 13-25

Fagundes. L. (2004). Podemos Vencer a Exclusão Digital, *Revista Nova Escola*, 24-26.

Ferreira, A. C. (2003). *Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo.* Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas.

Fiorentini, D. (2004*). Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica.

Freire, P. (1996). *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. Coleção Leitura.* São Paulo: Paz e Terra.

Gadotti, M. (2000). *Perspectivas Atuais da Educação*. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/spp/v14n2/9782.pdf .

Gimenes, J., *Contribuições de um Grupo de Estudos para a Formação Matemática de Professoras que Lecionam nas Séries Iniciais*. Dissertação de Mestrado. UNESP

Hoath, S., & Yorke, C. (2006). *Manual do utilizador do Cabri Géomètre II Plus*. Cabrilog

Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. (1999). Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica Brasília: MEC/SEEMT. 364

Ponte, J. P. H., Oliveira, J. M., & Varandas, O. (2003). *Contributo das Tecnologias de Informação e Comunicação para o Desenvolvimento do Conhecimento e da Identidade Profissional*. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/

Ponte, J. P., Brocado, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica

Rocha, E., Santiago, L, Lopes J, Dantas, D., & Neto, H. (2007). *Uso da informática nas aulas de matemática: obstáculo que precisa ser superado pelo professor, aluno e a escola.* In: Workshop sobre Informática na Escola, XII, Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro

Silva, C. R. (2006) *Explorando Equações Cartesianas e Paramétricas em um Ambiente Informático*. Dissertação de Mestrado, PUC, São Paulo.

Skovsmose, O. (2000). *Cenários para investigação. Boletim de Educação Matemática.* São Paulo: Unesp

Valente, J. A. (1995). *Informática na educação: conformar ou contornar a escola. Perspectiva.* Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina

Apêndice A

Visualização do software e atividades

Ferramentas úteis para a oficina

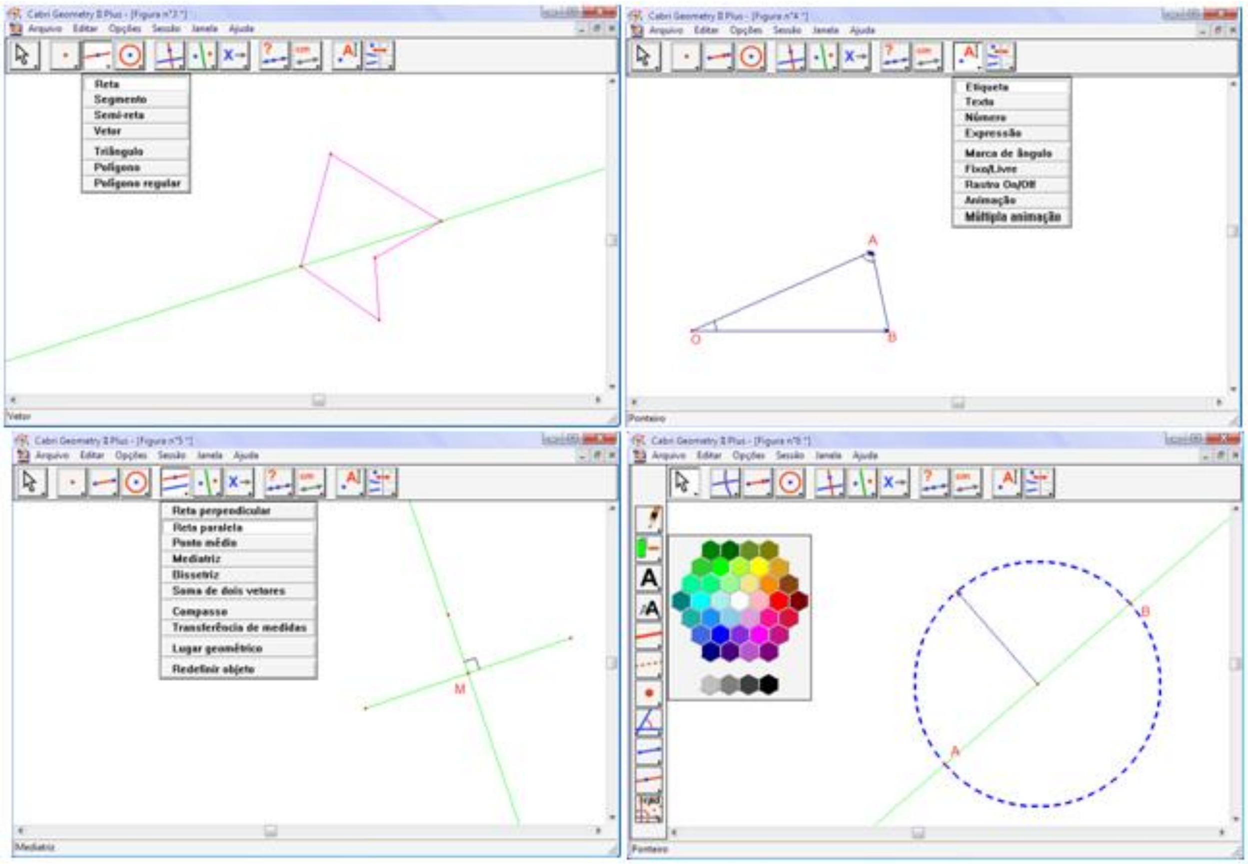

Figura 1: Área de trabalho do software Cabri

Atividades

1) Trace duas retas perpendiculares, com o auxílio do Cabri, utilizando-se ou não da ferramenta, e comprove o perpendicularismo.

2) Crie um vetor unitário com origem na origem dos eixos coordenados e, a seguir, um outro vetor unitário com origem e extremidade fora da origem do sistema.

3) Crie um polígono qualquer que tenha 5 lados e exiba a sua área.

4) Marque os pontos (5,89 ; 1,2) e (log7,2 ; 1) no plano cartesiano e expresse a distância entre eles.

5) a) Mostre os eixos coordenados e marque um ponto P qualquer no plano, mostrando, aseguir, suas coordenadas (com a ferramenta “equação ou coordenadas”)

b) Crie o vetor $\overrightarrow{OP}$

c) Escreva as expressões **x+2y** e **-x-2y** e aplique-as às coordenadas da origem e da extremidade do vetor $\overrightarrow{OP}$. Note que as expressões das coordenadas obtidas neste item (c), são as coordenadas do vetor T(v), v = (x,y), onde T(v) = T(x,y) = (x+2y,-x-2y).

d) Esboce o vetor T(v) = (x+2y, -x-2y) no plano (utilize as ferramentas “transferência de medidas” e “reta perpendicular”).

e) Use o menu “atributos” (tecla F9) para diferenciar os vetores (x,y) com a sua imagem dada pela transformação linear T (ao final damos a definição do que é uma trnasformação linear) descrita no item (c).

f) Utilize a ferramenta “definir grade” para verificar a imagem dos vetores (-2,1) e (2,-3). Em relação a transformação T(x,y)=(x+2y , -x-2y), o que podemos concluir? T é injetiva? T é sobrejetiva? T é bijetiva? Conclua provando pela definição.

g) Determine o núcleo da transformação linear T e esboce o lugar geométrico desses pontos.

OBS.: Utilize o procedimento descrito no exercício 5 na resolução das situações a seguir.

6) Ilustre a transformação linear que faz a reflexão de um vetor em torno do eixo OY.

7) Desenhe um quadrado no plano cartesiano, indicando as coordenadas de seus vértives. Ilustre uma transformação linear que define um cisalhamento horizontal desse quadrado. O que você pode concluir com relação às áreas do quadrado e da figura cisalhada? *(Cisalhamento horizontal é uma transformação do tipo : T(x,y)=(x+ay,y))*

8) Ilustre a transformação linear *T(x,y)=(x*cos(z) – y*sen(z) , y*cos(z)+x*sen(z)) para z=*45°*. Essa transformação define a* rotação de um vetor v = (x,y), no sentido anti-horário de 45°*. (as funções trigonométricas no Cabri são escritas como sin(z), cos(z), tan(z)). Tome β={(1,0),(0,1)} base canônica ordenada do plano e encontre a matriz de T relativamente à essa base.*

9) Considere a transformação linear dada por: T(x,y)=$\left({}^{4}/_{5}\,x - {}^{3}/_{5}\,y, {}^{3}/_{5}\,x + {}^{4}/_{5}\,y\right)$. Tomando a base β anterior, encontre a matriz de T associada a essa base. T é operador ortogonal? Por que? Tome um vetor v = (x,y). Ache a sua norma, relativa ao produto interno canônico. Ache a norma de T(v). Compare as normas obtidas. O que você concluiu? Prove a relação entre transformações ortogonais e as normas acima.

10) a) Ilustre a transformação linear da forma T(x,y)=(ax+by,cx+dy), onde a,b,c,d podem ser escolhidos arbitrariamente.

b) Aplique para três pontos não colineares a transformação do item (a) e crie um triângulo (utilize a ferramenta “triangulo”) formado pelos vetores do domínio e um outro triângulo formado pelos vértices da sua imagem pela transformação.

c) Escreva a expressão que fornece o determinante da matriz relacionada à transformação linear dada. Qual a relação entre as áreas dos triângulos?

11) Crie um quadrado e, a seguir, aplique um cisalhamento horizontal seguido de uma translação de 2 unidades no mesmo sentido. O que você pode perceber?

Revisão de alguns conceitos de álgebra linear

Definição (Transformação Linear). Sejam V e W espaços vetoriais. Dizemos transformação linear a função T: V → W que satisfaz as condições abaixo ∀ v,u ∈ V:

- T(u+v) = T(u)+T(v)
- T(av)=aT(v), ∀ a ∈ R

Observação: Decorre da definição anterior que $T(\theta_V) = \theta_W$

Podemos associar uma matriz $A_{m\,x\,n}$ a transformação $T_A: R^n \rightarrow R^m$, definida como: $T_A(v) = A_{m\,x\,n} \cdot v$

Definição (Núcleo). Seja T: V → W uma transformação linear, chamamos de núcleo (Ker(T)) o subespaço:

$Ker(T) = \{v \in V; T(v) = \theta\}$

Teorema. Seja T: V → W uma transformação linear dizemos que T é injetora se, e somente se, Ker(T) = $\{\theta\}$.

Definição (Operador ortogonal). Um operador linear T: V → V é dito ortogonal se,e somente se sua matriz associada é ortogonal ($A \cdot A^t = I$)

Apêndice B

Questionário de opinião

1) Em que categoria você se enquadra:

( ) aluno de Ensino Fundamental e Médio

( ) aluno de Graduação

( ) professor de Ensino Fundamental e Médio

( ) professor de Ensino Superior

( ) outro, especifique:_______________________________________.

2) Quais as principais razões que o levaram a participar desse Minicurso?

( ) indicação de colegas

( ) interesse na disciplina Álgebra Linear

( ) interesse no uso de recursos de informática

( ) outras razões

3) Como você classifica o desenvolvimento das atividades:

( ) Ruim ( ) Regular ( )Bom ( ) Ótimo

4) Que outros conceitos de álgebra linear você gostaria que tivessem sido enfocados?

____

____

5) Participar desse Minicurso acrescentou-lhe que novos conhecimentos?

____

____

____

____

____

6) Críticas e sugestões

____

____

____

____

____

Caso deseje o software *Cabri Géomètre 2D*, ou alguma informação extra envie uma solicitação para: **minicurso.cabri@gmail.com**